

Sistemas Numéricos (parte I)

Prof. Luis Araujo

Sistemas Digitales

<http://www.ing.ula.ve/~araujol/sd>

Sistemas Numéricos

- Conjunto ordenado de símbolos llamados “dígitos”, con relaciones definidas para
 - Suma,
 - Resta,
 - Multiplicación,
 - División.
- La Base (r) del sistema representa el numero total de dígitos permitidos, ejemplos:
 - $r=2$ Sist. Binario, dígitos: 0,1
 - $r=10$ Sist. Decimal, dígitos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
 - $r=16$ Sist. Hexadecimal, dígitos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Notación Posicional

- En general, un número positivo puede escribirse como:

$$N=(a_{n-1}\dots a_1a_0.a_{-1}\dots a_{-m})_r$$

- Donde:

. = punto

r = base

n = # dígitos positivos

m = # dígitos negativos

a_{n-1} = dígito mas significativo

a_{-m} = dígito menos significativo

Ejemplos:

- $(123.45)_{10}$

- $(1001.11)_2$

- $(3A.2F)_{16}$

Notación Polinomial

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

- Ejemplos:

$$(123.45)_{10} = 1*10^2 + 2*10^1 + 3*10^0 + 4*10^{-1} + 5*10^{-2}$$

$$(1001.11)_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 1*2^{-2}$$

$$(3A.2F)_{16} = 3*16^1 + A*16^0 + 2*16^{-1} + F*16^{-2}$$

Donde: A=10, B=11, C=12, D=13, E=14 y F =15

Sistemas de uso común

<i>Binary</i>	<i>Decimal</i>	<i>Hexadecimal</i>
0	0	0
1	1	1
10	2	2
11	3	3
100	4	4
101	5	5
110	6	6
111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F

Conversión de un sistema de base r a base 10

- Utilizando la notación polinomial:

Ejemplos:

$$(10100)_2 = 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = \\ (20)_{10}$$

$$(AF3.15)_{16} = 10*16^2 + 15*16^1 + 3*16^0 + 1*16^{-1} + \\ 5*16^{-2} = (2803.08203125)_{10}$$

Conversión de un sistema de base r a base 10

- Utilizando la noción de los pesos

Ejemplo en el sistema Binario ($r=2$):

Peso (2^i) : 8 4 2 1

Dígito (b_i) : b_3 b_2 b_1 b_0

$$(1001)_2 = 8 + 1 = (9)_{10}$$

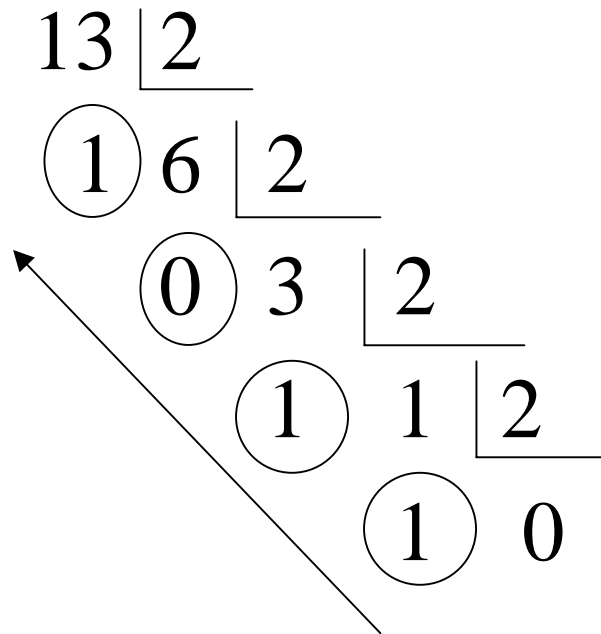
$$(0101)_2 = 4 + 1 = (5)_{10}$$

Conversión de un sistema de base 10 a base r

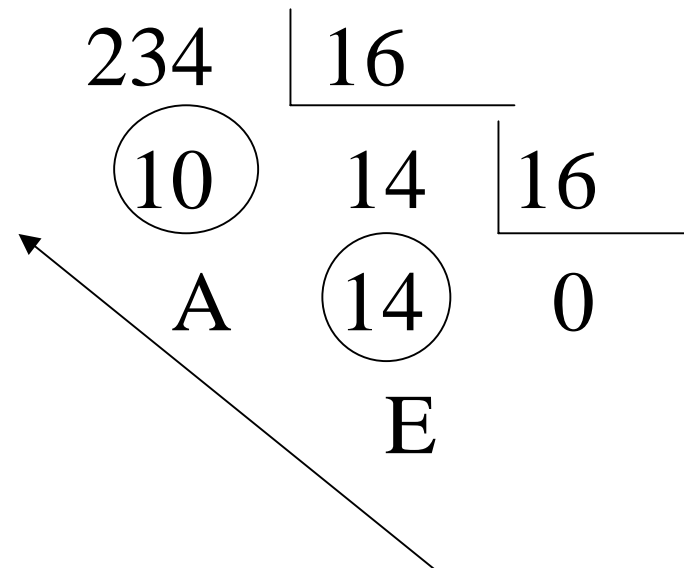
- Utilizando divisiones sucesivas por la base

Ejemplos:

$$(13)_{10} = (1101)_2$$



$$(234)_{10} = (EA)_{16}$$



Conversión de un sistema de base 10 a base r

- Usando la noción de los pesos:

Ejemplo para el sistemas Binario (r=2):

$$(38)_{10} = 32 + 4 + 2 = (100110)_2$$

$$(59)_{10} = 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = (111011)_2$$

Conversión entre las bases 2 y 16

- $(\overbrace{1100}^{\text{C}} \overbrace{0011}^{\text{3}} \overbrace{1111}^{\text{F}} \overbrace{1101}^{\text{D}})_2 = (\text{C3FD})_{16}$
- $(\textcolor{blue}{000}1 \ 1000)_2 = (18)_{16} \quad (\text{completando con 0's})$
- $(4\text{AB})_{16} = (0100 \ 1010 \ 1011)_2$

Aritmética Binaria (SUMA)

Tabla de
sumar:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Ejemplos:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\
 & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 + \\
 \hline
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 1 & 1 & 1 & & \\
 & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & + \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 &
 \end{array}$$

Aritmética Binaria (RESTA)

Tabla de
restar:

-	0	1
0	0	-
1	1	0

$$10 - 1 = 1$$

$$100 - 1 = 11$$

$$1000 - 1 = 111$$

Ejemplos:

					10						10			
0	1	10	0	0	10		0	0	10	0	1	1	10	
1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	
			1	0	1	1	1	-	0	1	1	0	1	-
0	1	1	0	1	1	0			0	1	1	0	0	1

Aritmética Binaria

(Multiplicación)

Tabla de
multiplicar: ejemplo:

*	0	1
0	0	0
1	0	1

$$\begin{array}{r}
 10111 \\
 \times 1010 \\
 \hline
 00000 \\
 10111 \\
 00000 \\
 10111 \\
 \hline
 11100110
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10111 \\
 \times 1010 \\
 \hline
 00000 \text{ 1er. pp.} \\
 00000 + \\
 \hline
 00000 \text{ 2do. pp.} \\
 10111 + \\
 \hline
 101110 \text{ 3er. pp.} \\
 00000 + \\
 \hline
 0101110 \text{ 4to. pp.} \\
 10111 + \\
 \hline
 11100110 \text{ Resultado}
 \end{array}$$

Aritmética Binaria (División)

$$\begin{array}{r} 1110111 \quad | \quad 1001 \\ -1001 \\ \hline 01011 \\ -1001 \\ \hline 001011 \\ -1001 \\ \hline 0010 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1001 \\ 1101 \leftarrow \text{Cociente} \\ \\ \\ \\ 0010 \leftarrow \text{Resto} \end{array}$$