

Minimización de funciones de Conmutación

(Parte I)

Prof. Luis Araujo

Sistemas Digitales

<http://www.ing.ula.ve/~araujol/sd>

Minimización

- En general al minimizar un sistema digital para su implementación con compuertas ofrece:
 - Menor costo, consumo de potencia, espacio físico, tiempo de respuesta.
- Técnicas:
 - Minimización Algebraica,
 - Minimización a través de Mapas de Karnaugh,
 - Minimización Tabular.

Minimización Algebraica

- Usa los teoremas del álgebra de Boole, para minimizar la función.
- No existe una técnica o método que indique cuales teoremas usar, en general se recomienda:
 - Expresar la función en forma de SOP o POS,
 - Utilizar el teorema 6, para eliminar variables, duplicando términos que puedan agruparse,
 - Aplicar la ley distributiva.

Minimización Algebraica

ejemplo : $z = a \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot \overline{(\bar{a} \cdot \bar{c})}$

pasol :

$$z = a \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot (a + c)$$

$$z = a \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{b} \cdot c$$

paso2 :

$$z = a \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot c$$

$$z = a \cdot c \cdot (b + \bar{b}) + a \cdot \bar{b} \cdot (1 + c)$$

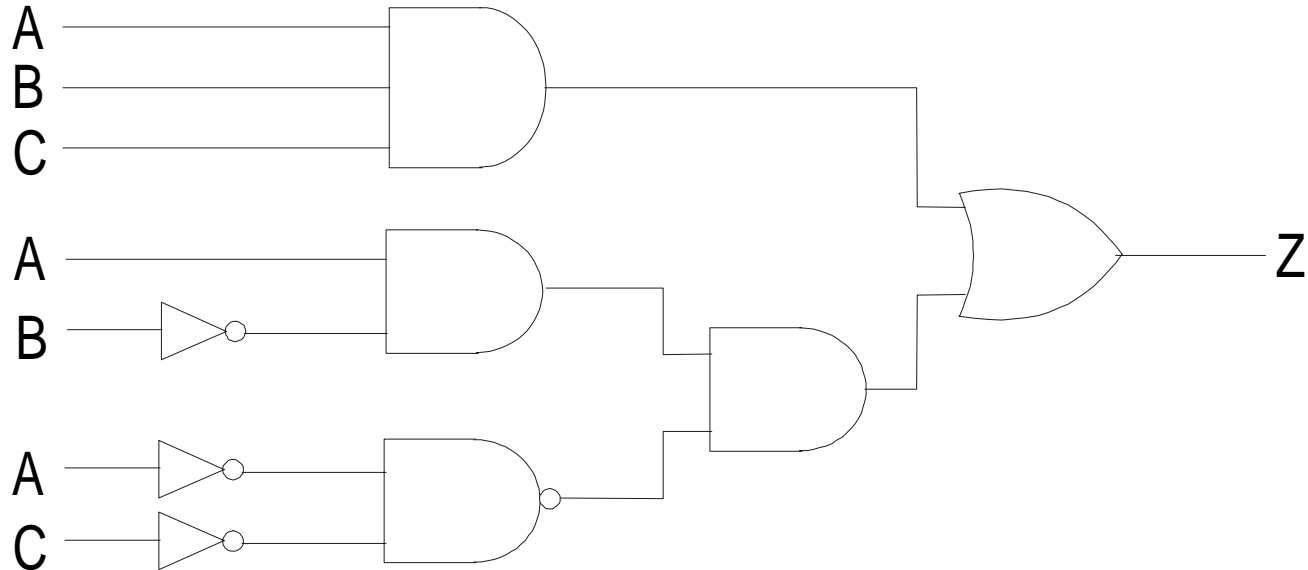
$$z = a \cdot c + a \cdot \bar{b}$$

paso3 :

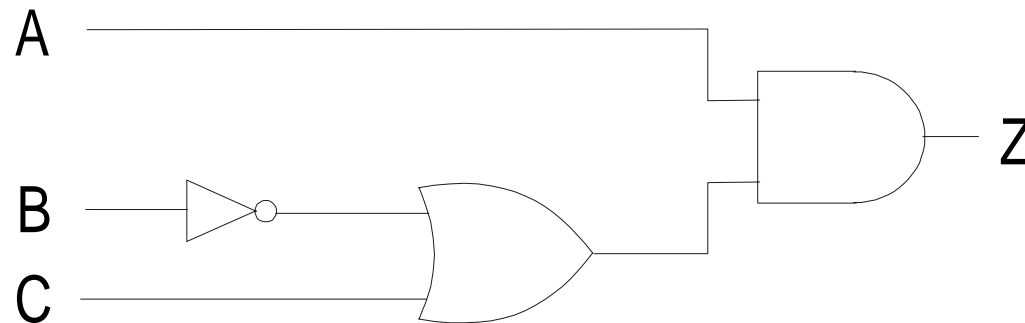
$$z = a \cdot (c + \bar{b})$$

Minimización Algebraica

Implementación original:



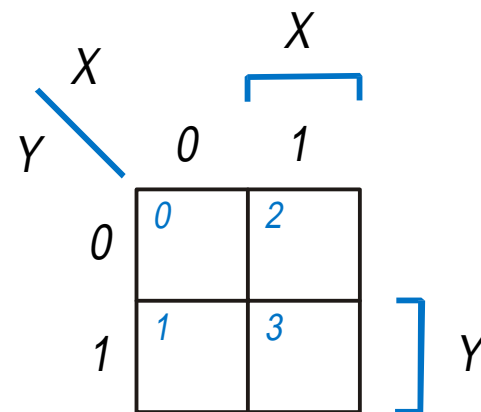
Implementación minimizada:



Minimización por Mapas de Karnaugh

- Un mapa de karnaugh es una representación grafica de la tabla de verdad de una función de conmutación.
- Para 2 variables:

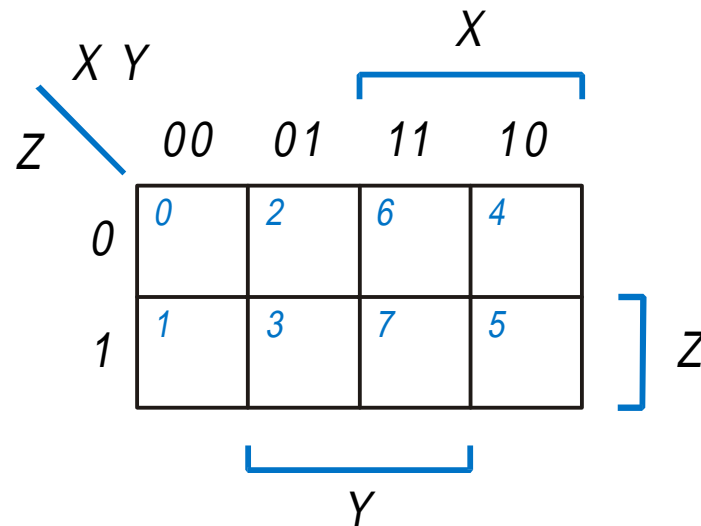
X	Y	Minter
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3



Minimización por Mapas de Karnaugh

- Para 3 variables:

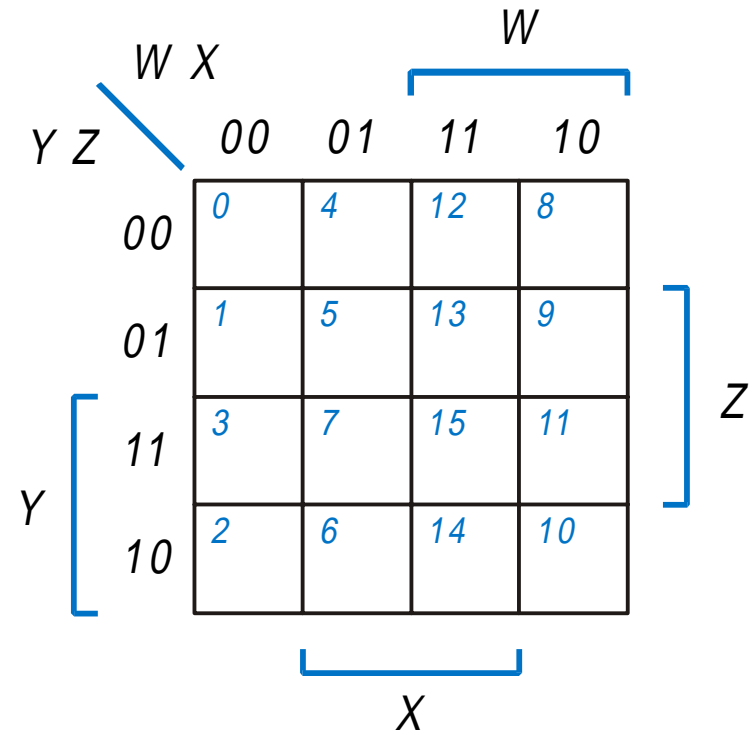
X	Y	Z	Minter
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7



Minimización por Mapas de Karnaugh

- Para 4 Variables:

W	X	Y	Z	Minter
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	1	1	1	15



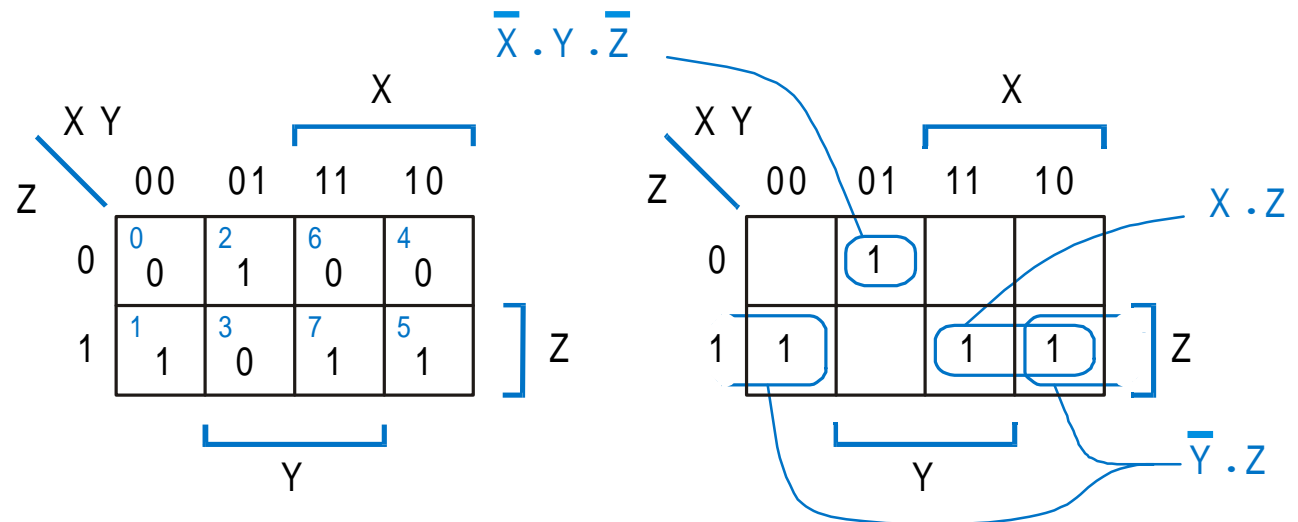
Minimización por Mapas de Karnaugh

- Coloque 1's en las celdas correspondientes a los minterminos de la función,
- Agrupe en un elipse lo mas grande posible, en conjuntos rectangulares de 1's,
 - # de 1's en cada conjuntos debe ser potencia de 2,
 - Se permite cursar elipses.
- El término producto resultante tendrá:
 - Si la variable es 1 \Rightarrow incluya la variable,
 - Si la variable es 0 \Rightarrow incluya la variable complementada,
 - Si la variable es tanto 0 y 1 \Rightarrow no incluya la variable.
- Las elipses correspondientes a los términos productos se llaman “implicantes primos”.

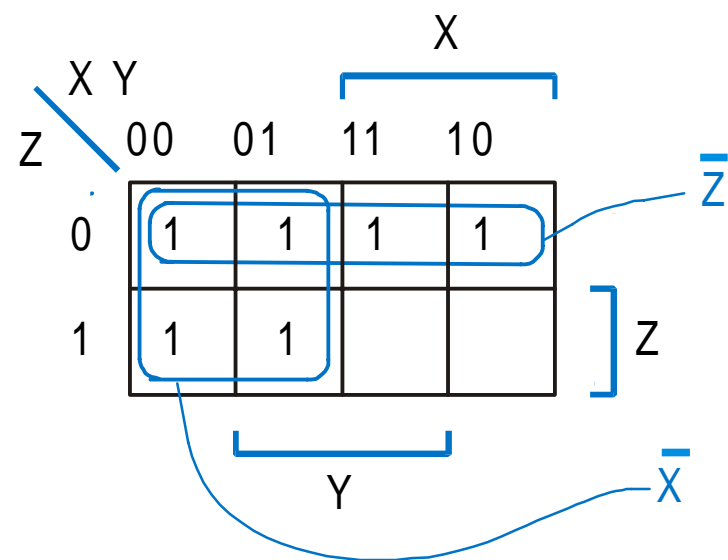
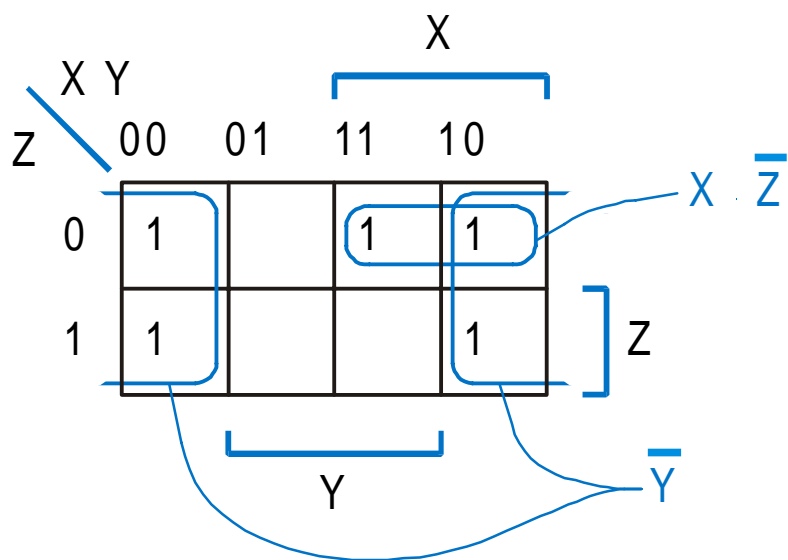
Minimización por Mapas de Karnaugh

- Ejemplos:

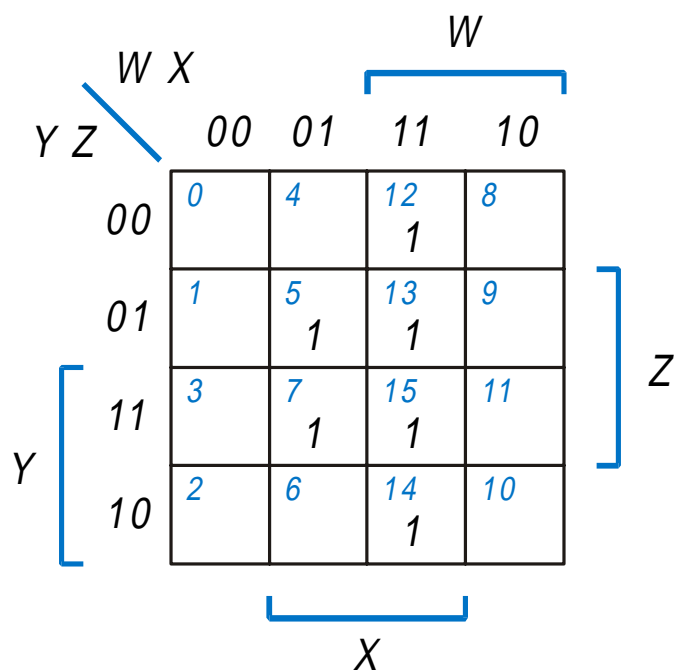
X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



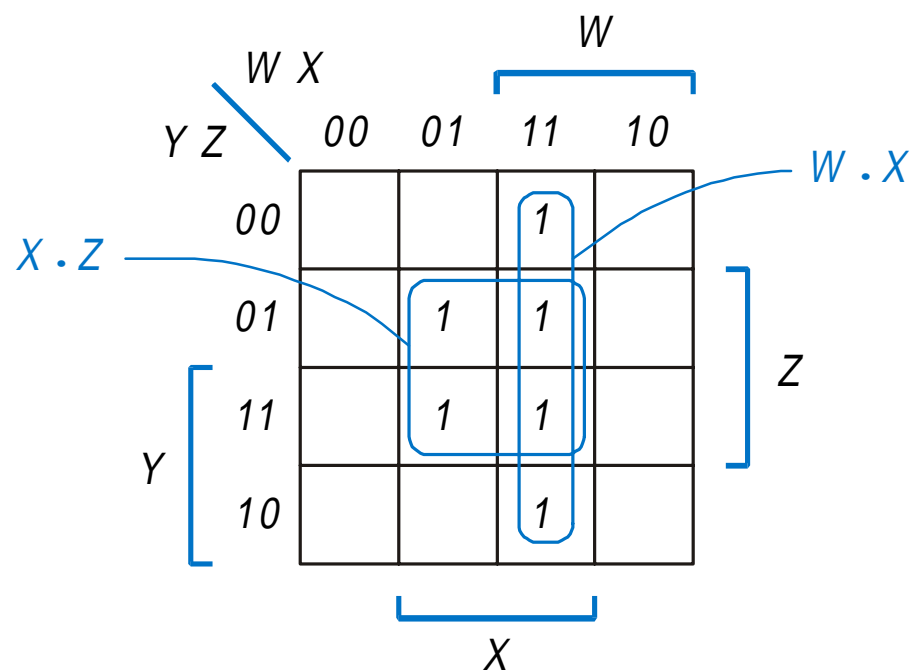
Minimización por Mapas de Karnaugh



Minimización por Mapas de Karnaugh



$$F(W,X,Y,Z) = \Sigma m(5,7,12,13,14,15)$$



Minimización por Mapas de Karnaugh

W X		W			
		00	01	11	10
Y Z	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	11
	10	2	6	14	10

Annotations: A bracket labeled 'X' is under the columns 01 and 11. A bracket labeled 'Z' is to the right of the rows 01 and 11. A bracket labeled 'W' is over the columns 11 and 10.

$$F(W,X,Y,Z) = \sum m(1,2,3,5,7,11,13)$$

W X		W			
		00	01	11	10
Y Z	00				
	01	1	1	1	
	11	1	1		1
	10	1			

Annotations: Four groups of 1s are circled in blue. Lines connect these groups to their corresponding minterm expressions: $\bar{W} \cdot Z$ (group 01, 11), $X \cdot \bar{Y} \cdot Z$ (group 01, 11, 10), $\bar{W} \cdot \bar{X} \cdot Y$ (group 01, 11), and $\bar{X} \cdot Y \cdot Z$ (group 11, 10). Brackets labeled 'X' and 'Z' are also present.

Minimización por Mapas de Karnaugh

