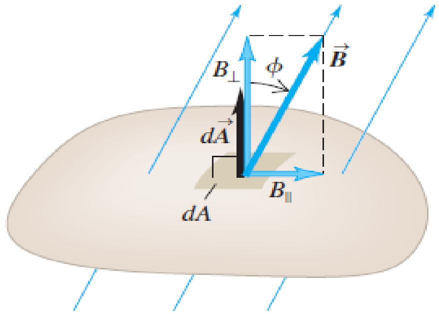
Campos electromagnéticos

Dependientes del tiempo

Flujo magnético

Cálculo del flujo magnético a través de un elemento de área.



Flujo magnético a través de un elemento de área $d\vec{A}$:
$d\Phi_B = \vec{B}\cdot d\vec{A} = B_\perp dA = B\,dA\cos\phi$.

$$d\Phi_B = \vec{B}\cdot d\vec{A} = B_\perp\, dA = B\, dA\cos\phi$$

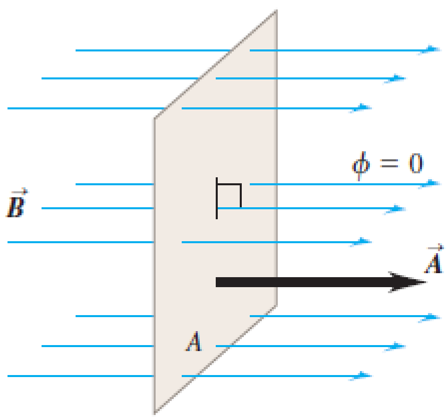
$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\, dA\cos\phi$$

Si $\vec{B}$ es uniforme sobre un área plana $\vec{A}$, entonces

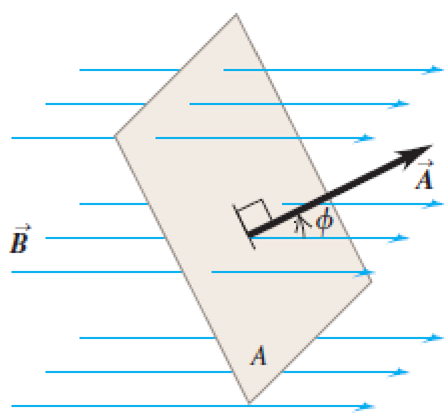
$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\phi$$

Cálculo del flujo de un campo magnético uniforme a través de un área plana.

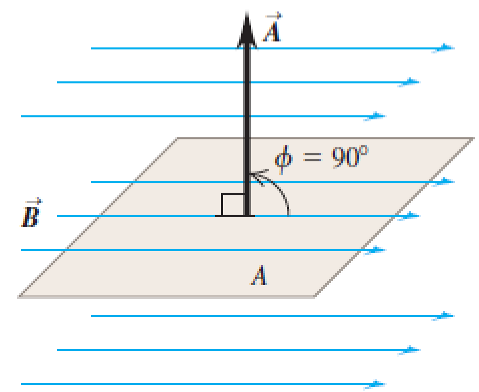
La superficie está de frente al flujo magnético:
- $\vec{B}$ y $\vec{A}$ son paralelos (el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{A}$ es $\phi = 0$).
- El flujo magnético $\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA$.



La superficie está inclinada un ángulo ϕ con respecto a una orientación de frente:
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{A}$ es ϕ.
- El flujo magnético $\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\phi$.

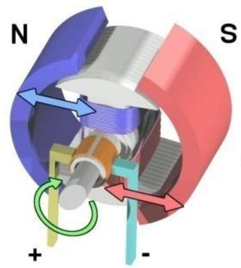


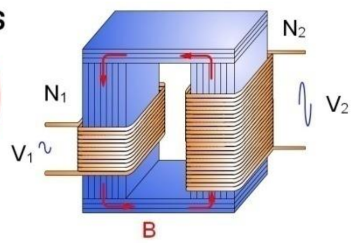
La superficie está de perfil al flujo magnético:
- $\vec{B}$ y $\vec{A}$ son perpendiculares (el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{A}$ es $\phi = 90°$).
- El flujo magnético $\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos 90° = 0$.



Inducción electromagnética Michael Faraday Joseph Henry

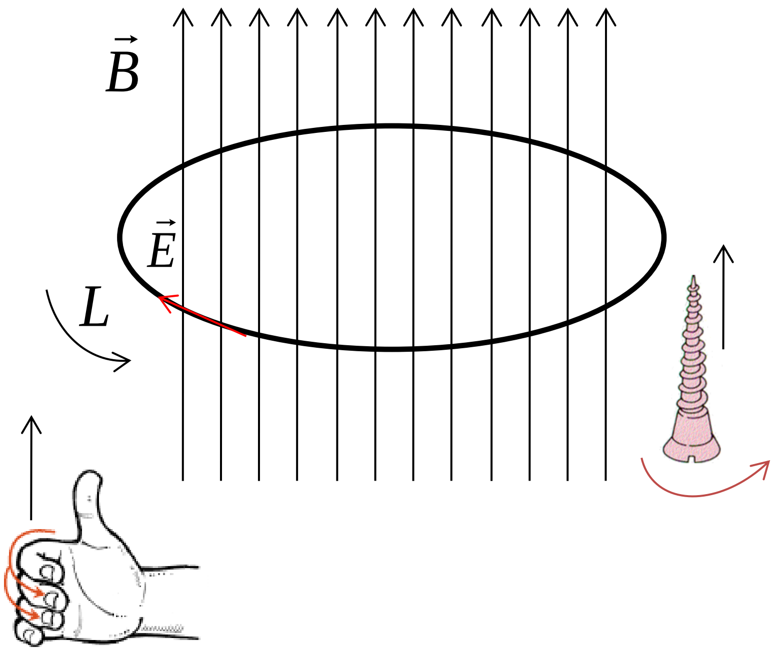
Fundamento





$\vec{B}$ aumenta $\dfrac{d\Phi_B}{dt} > 0$ V_E negativa

$\vec{B}$ disminuye $\dfrac{d\Phi_B}{dt} < 0$ V_E positiva



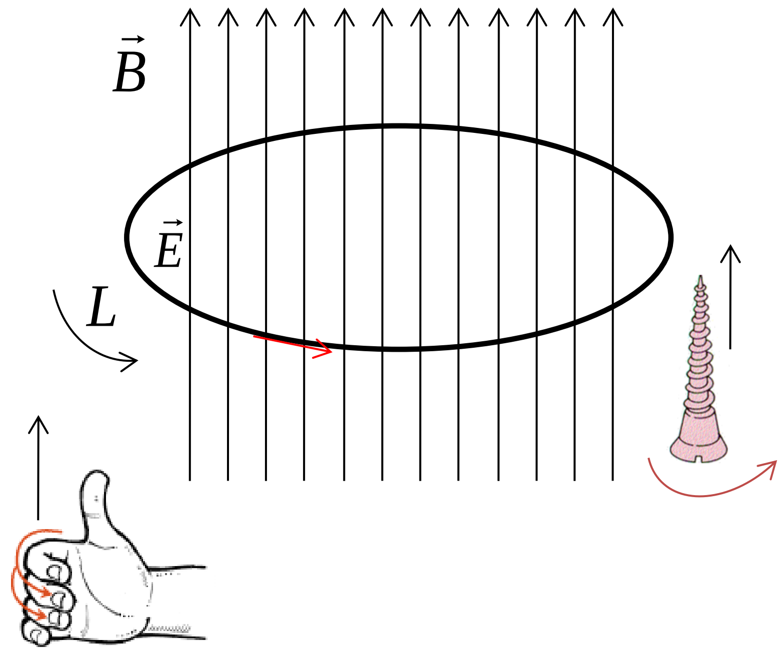
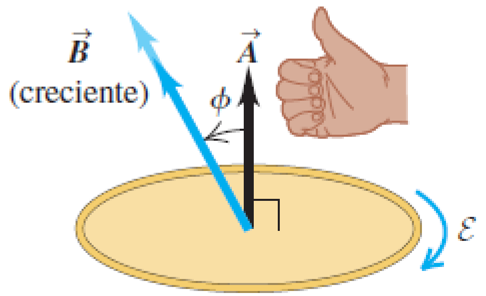


Fig. Campo eléctrico producido por un campo magnético dependiente del tiempo

Crecimiento y decrecimiento del flujo magnético

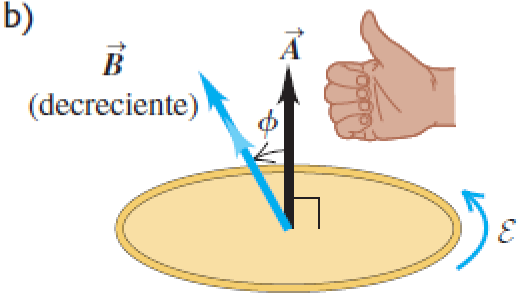
El flujo magnético se hace a) más positivo, b) menos positivo, c) más negativo y d) menos negativo. Por lo tanto, Φ_B es creciente en los incisos a) y d), y decreciente en b) y c). En a) y d), las fem son negativas (opuestas a la dirección de los dedos doblados de la mano derecha cuando el pulgar apunta a lo largo de $\vec{A}$). En b) y c), las fem son positivas (en la misma dirección que los dedos enrollados).

a)



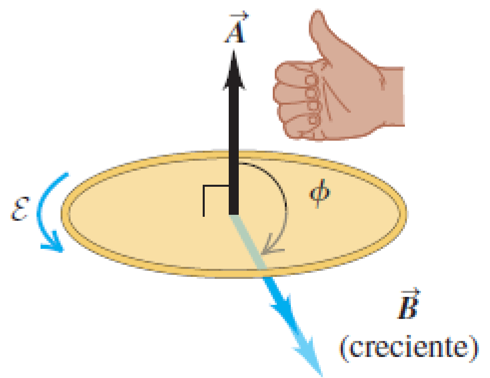
- El flujo es positivo ($\Phi_B > 0$) …
- … y se torna más positivo ($d\Phi_B/dt > 0$).
- La fem inducida es negativa ($\mathcal{E} < 0$).

b)



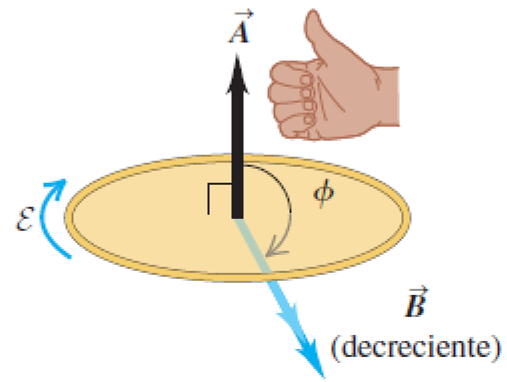
- El flujo es positivo ($\Phi_B > 0$) …
- … y se torna menos positivo ($d\Phi_B/dt < 0$).
- La fem inducida es positiva ($\mathcal{E} > 0$).

c)



- El flujo es negativo ($\Phi_B < 0$) …
- … y se torna más negativo ($d\Phi_B/dt < 0$).
- La fem inducida es positiva ($\mathcal{E} > 0$).

d)



- El flujo es negativo ($\Phi_B < 0$) …
- … y se torna menos negativo ($d\Phi_B/dt > 0$).
- La fem inducida es negativa ($\mathcal{E} < 0$).

Campo eléctrico y campo magnético

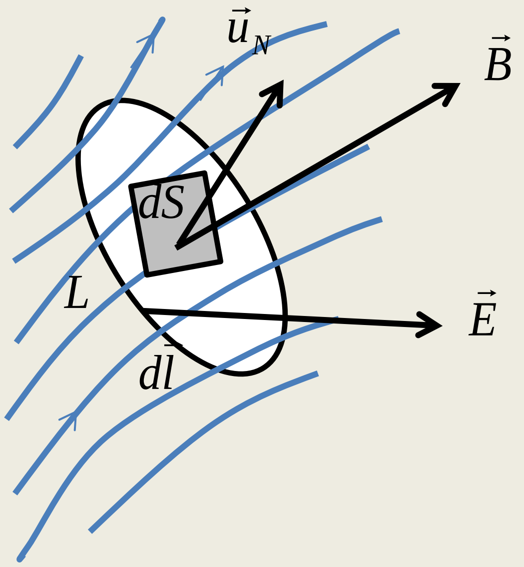
En un campo magnético variable se induce una fem en cualquier circulo cerrado, la cual es igual a menos la derivada con respecto al tiempo del flujo magnético a través del circuito

$$\boxed{V_E = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

Unidad: Voltio

Ley de Lenz **Todo efecto de inducción tiende a oponerse al cambio que lo produce**

Consideremos el siguiente circuito



$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\vec{u}_N dS$$

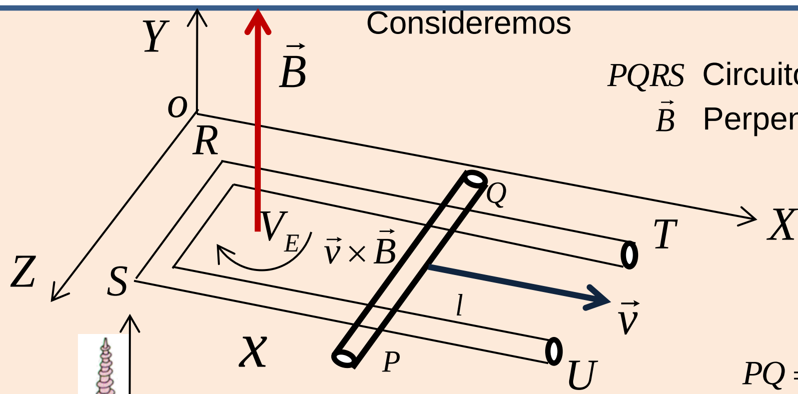
Un campo magnético dependiente del tiempo implica la existencia de un campo eléctrico tal que su circulación a lo largo de un camino arbitrario cerrado es igual a menos la derivada con respecto al tiempo del flujo magnético a través de una superficie limitada por el camino

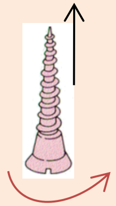
Movimiento relativo de un conductor y un campo magnético

La ley de inducción electromagnética

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\vec{u}_N dS \Longrightarrow \vec{E}\text{ (local)} \quad \vec{B} \qquad V_E = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Cambio del flujo se debe a un movimiento o a una deformación del camino L sin que $\vec{B}$ varíe en el tiempo





Consideremos

$PQRS$ Circuito cerrado

$\vec{B}$ Perpendicular al plano del sistema

Cada carga q del conductor móvil (PQ) $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$

$$q\vec{E}_{eq} = q\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow \vec{E}_{eq} = \vec{v}\times\vec{B} \quad \vec{E}\perp\vec{B} \quad \Rightarrow E_{eq} = vB$$

$PQ = l$ $\quad P$ y Q $\quad V = E_{eq} l = Bvl$

QR, RS y SP No se ejercen fuerzas $PQRS$ Circulación de E_{eq} $V_E = V$ $\vec{v}\times\vec{B}$

$V_E = Bvl$

$SP \to x$ $\quad PQRS$ $\quad \Rightarrow lx$ $\quad \Phi_B$ $\quad PQRS$ $\quad \Phi_B = \int \vec{B}\cdot\vec{u}_N dS = Blx$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(Bvx) = Bl\frac{dx}{dt} \qquad \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = Blv = V_E$$

Se obtiene de nuevo la $V_E = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

El signo de V_E se obtiene a través de $\vec{v}\times\vec{B}$

Potencial eléctrico e inducción electromagnética

Si el campo electromagnético no depende del tiempo

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Debido a lo anterior

La circulación del campo eléctrico estático a lo largo de cualquier camino (cerrado) es cero

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Si el campo electromagnético depende del tiempo

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot \vec{u}_N dS$$

En un campo electromagnético dependiente del tiempo la circulación del campo eléctrico no es nula.

En el caso anterior, el campo no se puede expresar como menos el gradiente del potencial eléctrico

- **Potencial escalar**
- **Potencial vectorial**

Ley de Faraday-Henry en forma diferencial

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \qquad \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \qquad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Estas ecuaciones expresan las relaciones que deben existir entre la derivada respecto al tiempo del campo magnético en un punto y el campo eléctrico existente en ese mismo punto del espacio.

Autoinductancia

Ocurre un efecto importante relacionado incluso cuando se considera un *solo circuito* aislado. Cuando en el circuito está presente una corriente, se establece un campo magnético que crea un flujo magnético a través del *mismo circuito; este flujo* cambia cuando la corriente cambia.

Como resultado de la corriente *i*, *hay un flujo* magnético medio Φ_B *a través de cada vuelta de la bobina*

definimos la **autoinductancia** L del circuito como

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

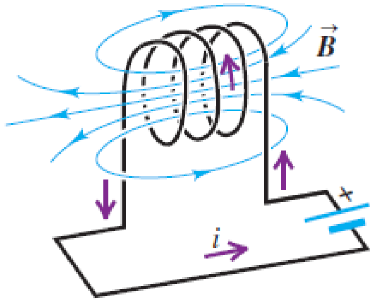
Si la corriente *i en el circuito cambia, también lo hace el flujo* Φ_B

$$N\frac{d\Phi_B}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

De acuerdo con la ley de Faraday para una bobina con *N espiras*

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$ fem autoinducida

Autoinductancia: si la corriente *i* en la bobina está cambiando, el flujo cambiante a través de ésta induce una fem en la bobina.



El signo menos en la ecuación es un reflejo de la ley de Lenz; nos dice que la fem autoinducida en un circuito se opone a cualquier cambio en la corriente en ese circuito.

Símbolo 

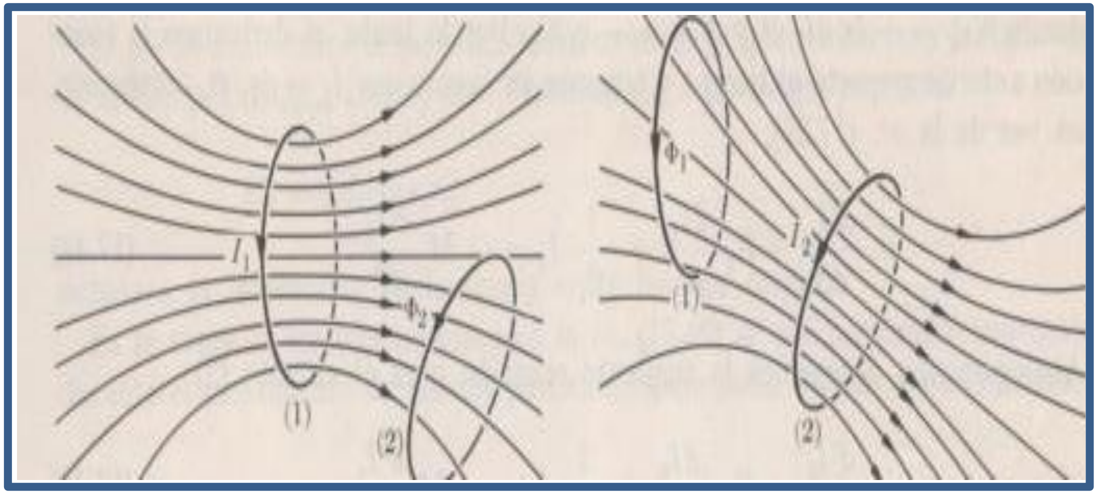
Inductancia Mutua

El flujo magnético a través de un área cerrada por un circuito varia con el tiempo debido a corrientes variables en el tiempo en circuitos cercanos. Esta condición induce una *fem* a través de un proceso conocido como inductancia mutua. Se llama así porque depende de la interacción de dos circuitos.

Consideremos dos bobinas.. Siendo I_1 y I_2 las corrientes que circulan a través de ellas, respectivamente.

$$\varepsilon_1 = -M_{21}\frac{dI_2}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}$$



$$\varepsilon_1 = -M\frac{dI_2}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -M\frac{dI_1}{dt}$$

$$M_{21} = M_{12} = M$$

Inductancia

Relacionando la corriente en el circuito (1) con los parámetros del sistema

$$RI_1 = V_{L1} + V_{C1} + V_{M1} \qquad V_{L1} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \qquad V_{C1} = -\frac{q_1}{C_1}$$

Derivando la ecuación `del circuito (1) respecto al tiempo, y tomando en cuenta que $I_1 = \frac{dq_1}{dt}$ se obtiene

$$L_1 \frac{d^2 I_1}{dt^2} + R_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C_1} I_1 = -M \frac{d^2 I_2}{dt^2} \qquad (1)$$

Análogamente la relación de la corriente en el circuito (2) con los parámetros del sistema

$$L_2 \frac{d^2 I_2}{dt^2} + R_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C_2} I_2 = -M \frac{d^2 I_1}{dt^2} \qquad (2)$$

Para dos partículas cargadas sujetas a interacción electromagnética, el principio de conservación de la energía se debe reformular incluyendo la energía del campo

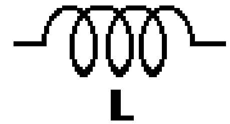
(3) $E = E_1 + E_2 + E_{campo}$

E_1 y $E_2 \rightarrow$ Son las energías de cada partícula $\sum E_k, E_p$

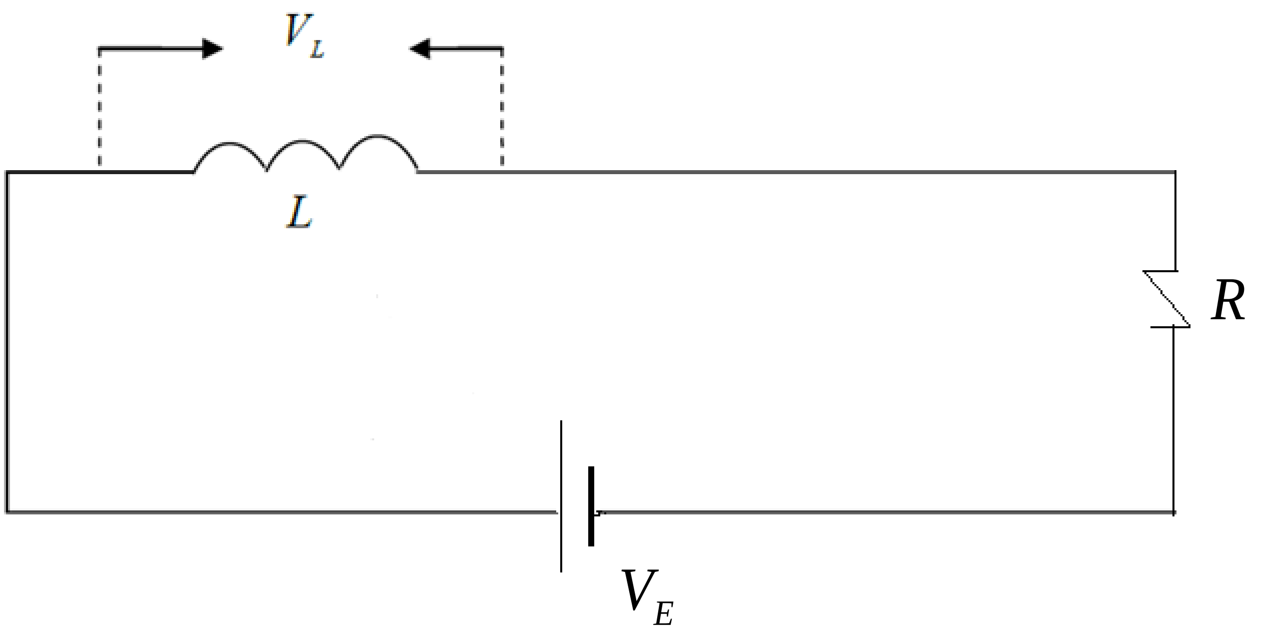
$E_{campo} \rightarrow$ Es la energía asocia con su campo electromagnético común

Inductancia en un circuito

Representación de una autoinductancia



Establecimiento de una corriente en un circuito

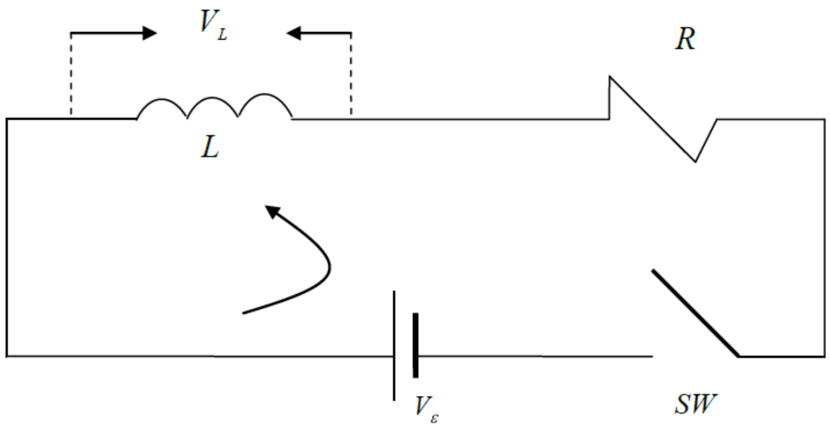


Corriente

$$I = \frac{V_E}{R}\left(1 - e^{\frac{Rt}{L}}\right)$$

Energía del campo magnético

Para mantener la corriente en un circuito se necesita suministrar energía



De la reglas de Kirchhoff

$$Ri = V_\varepsilon + V_L \qquad Ri = V_\varepsilon - L\frac{di}{dt}$$

Despejando V_ε $\quad V_\varepsilon = Ri + L\frac{di}{dt}$

$$\Rightarrow V_\varepsilon i = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}$$

Recuerden que potencia eléctrica es $P = Vi$

En otras palabras, el termino de la izquierda es potencia, y si esta ecuación esta bien, los términos de la derecha también corresponde a potencia. La pregunta es, que representan?

$Ri^2 \Rightarrow$ Es la energía consumida por unidad de tiempo en mover los electrones a través de la red cristalina del conductor y que se transfiere a los iones que forman la red.

$Li\frac{di}{dt} \Rightarrow$ Es la energía que se necesita por unidad de tiempo para establecer la corriente o su campo magnético asociado.

Si queremos determinar la rapidez de aumento de la energía magnética debemos concentrarnos en el segundo termino de la primera ecuación, esto es

$$\frac{dE_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} \rightarrow$$

Para hallar E_B, basta solo con integrar

$$E_B = \frac{1}{2}Li^2$$

La energía magnética también se puede calcular asi

$$E_B = \frac{1}{2\mu}\int B^2 dV$$

$\mu \rightarrow$ Permeabilidad del medio

$dV \rightarrow$ Diferencial de volumen

Interpretación: La energía gastada en establecer la corriente se ha almacenado en el espacio circundante

La energía total de un sistema, donde este presente un campo magnético como el eléctrico es

$$E = E_E + E_B = \frac{1}{2}\varepsilon\int E^2 dV + \frac{1}{2\mu}\int B^2 dV$$

Promediando sobre el volumen

$$E = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu}B^2$$

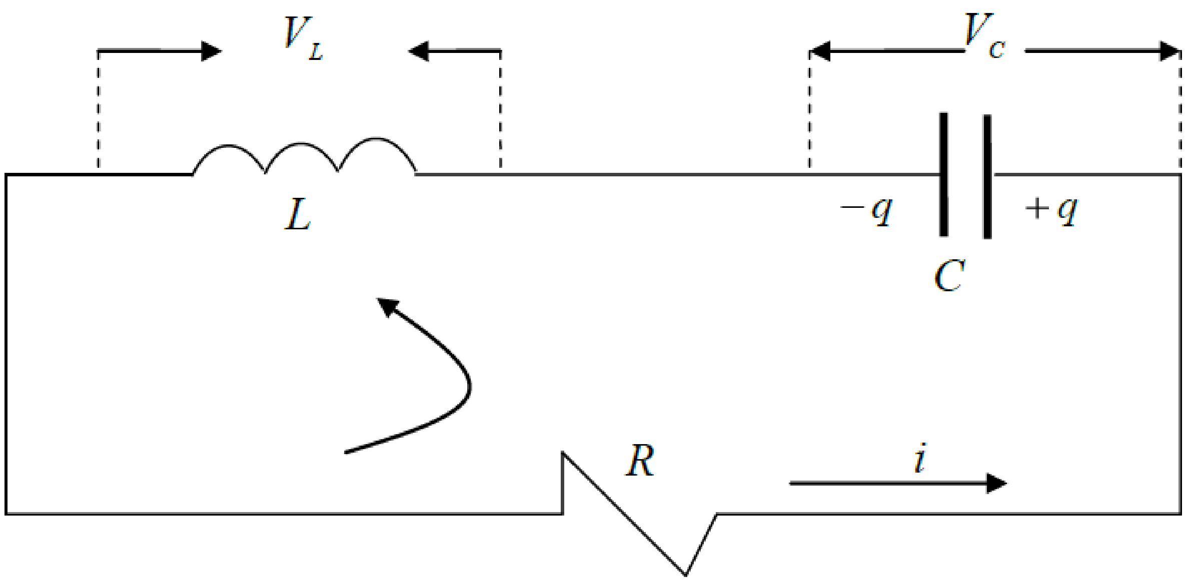
Un circuito eléctrico se caracteriza entre otras cosas por la presencia de

- ✓ Capacitores
- ✓ Resistencias
- ✓ Inductancias, etc

¿Cómo estos elementos determinan la corriente por una *fem* dada?

a) **Oscilaciones Libres** Para esta situación no hay fuentes de energía externas.

En este caso la corriente se inicia cargando el capacitor o variando el flujo magnético a través de la inductancia o intercalando y después desconectando la *fem* externa, si el caso lo amerita.



Relación de Ohm

$$Ri = V_L + V_C$$

$$V_L = -L\frac{di}{dt} \qquad V_C = \frac{q}{C}$$

Al sustituir queda,

$$Ri = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C}$$

$$Ri = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C}$$ Derivando la expresión respecto al tiempo queda

$$R\frac{di}{dt} = -L\frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{1}{C}\frac{dq}{dt}$$ Pero $i = \frac{dq}{dt}$

Entonces, sustituyendo y organizando queda

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$

Dividiendo la ecuación anterior por L

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0 \qquad 2\gamma = \frac{R}{L} \quad \text{y} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad \frac{d^2 i}{dt^2} + 2\gamma\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

Mecánica (Oscilación libre)

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = Ae^{-\gamma t} sen(\omega t + \alpha)$$

Electromagnetismo(Oscilación libre)

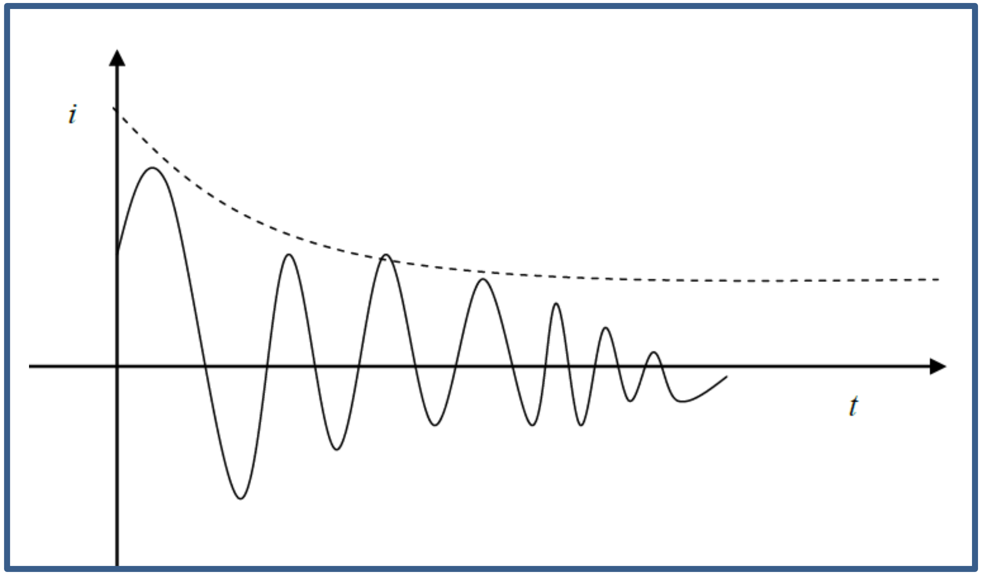
$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

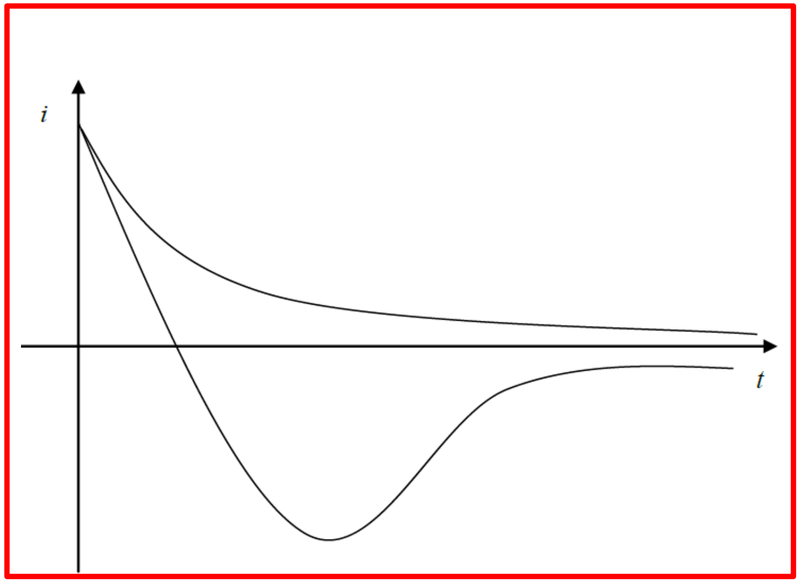
$$i = i_0 e^{-\gamma t} sen(\omega t + \alpha)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

$R^2 < \frac{4L}{C}$ **Raíz positiva**

$R^2 > \frac{4L}{C}$ **Raíz negativa**





Detengámonos un momento

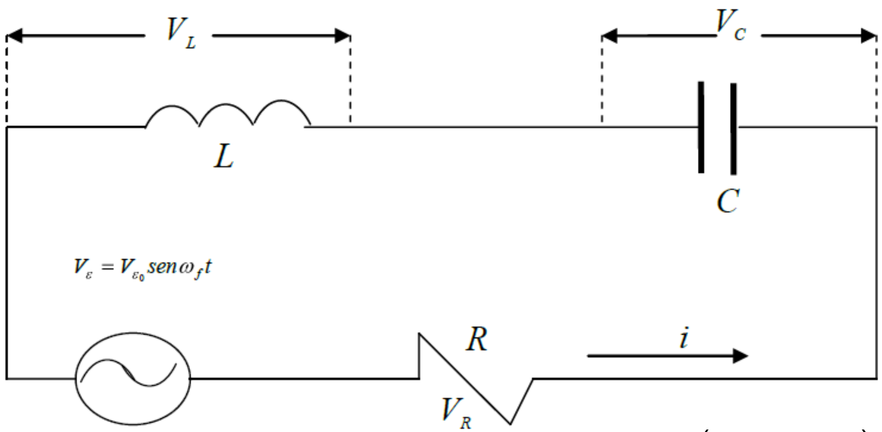
Miremos otra vez la ecuación $i = i_0 e^{-\gamma t} sen(\omega t + \alpha)$

Hagamos que $R << L$

Si esto se cumple, implica que $\gamma \to 0$, entonces $i = i_0 sen(\omega t + \alpha)$. oscilaciones eléctricas no son amortiguadas y tienen frecuencia $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ (Frecuencia característica del circuito LC)

Oscilaciones forzadas

Ocurren cuando agregamos un fuente (fem)



$$x = Asen(\omega_f t - \alpha)$$

Aplicando las reglas de Kirchhoff

$$Ri = V_L + V_C + V_{\varepsilon_0} sen\omega_f t$$

$$Ri = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C} + V_{\varepsilon_0} sen\omega_f t$$

$$R\frac{di}{dt} = -L\frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + V_{\varepsilon_0}\cos\omega_f t$$

Organizando términos

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = V_{\varepsilon_0}\cos\omega_f t$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{V_{\varepsilon_=}}{L}\cos\omega_f t$$

Mecánica (Oscilación forzada)

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega_f t$$

Electromagnetismo(Oscilación forzada)

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{V_{\varepsilon_0}}{L}\cos\omega_f t$$

$$x = Asen(\omega_f t - \alpha)$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2}}$$

$$i = i_0 sen(\omega_f t - \alpha)$$

$$i_0 = \frac{V_{\varepsilon_0}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_f L - \frac{1}{\omega_f C}\right)^2}}$$

Correspondencia entre un oscilador amortiguado y un circuito eléctrico

Oscilador	Circuito Eléctrico
Masa, m	Inductancia, L
Amortiguamiento, λ	Resistencia, R
Constante elástica, k	Inversa de la capacitancia, $1/C$
Desplazamiento, x	Carga, q
Velocidad, $v = \frac{dx}{dt}$	Corriente, $i = \frac{dq}{dt}$
Fuerza aplicada, F_0	*fem* aplicada, V_{E_0}

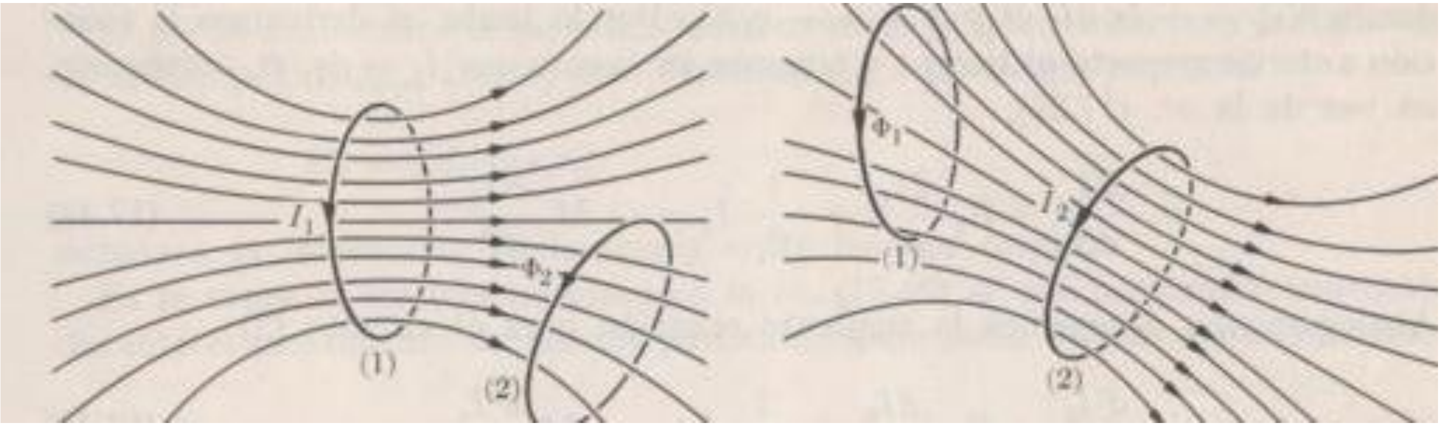
$$\sqrt{R^2 + \left(\omega_f L - \frac{1}{\omega_f C}\right)^2} = Z \qquad \omega_f L - \frac{1}{\omega_f C} = X \qquad Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad i_0 = \frac{V_{\varepsilon_0}}{Z}$$

Relación de Ohm	Nueva relación
$V = Ri$	$V_{E_0} = Zi_0$

Esto último lo podríamos interpretar como la ley de Ohm generalizada

Circuitos acoplados

Consideremos



Cuando una corriente I_1 circula por un circuito(1), se establece a su alrededor un campo magnético proporcional a I_1, y a través del circuito(2) hay un flujo magnético Φ_2 que también es proporcional a I_1.

$\Phi_2 = MI_1$ $\quad M \rightarrow$ Coeficiente de proporcionalidad $\quad$ Análogamente, en el circuito (2) $\Phi_1 = MI_2$

$M \rightarrow$ Inductancia mutua (henrys), depende de la forma de los circuitos

$I_1 \rightarrow$ Variable Φ_2 varia $V_{M_2} = -M\dfrac{dI_1}{dt}$ $\quad$ $I_2 \rightarrow$ Variable Φ_1 varia $V_{M_1} = -M\dfrac{dI_2}{dt}$

Esta es la razón por la cual M se llama inductancia mutua

Relación de la corriente en el circuito (1) con los parámetros del sistema

De la relación de Ohm

$$RI_1 = V_{L_2} + V_{C_1} + V_{M_1} \quad (1)$$

$$V_{L_1} = -L_1\frac{dI_1}{dt} \qquad V_{C_1} = -\frac{q_1}{C_1} \qquad V_{M_1} = -M\frac{dI_2}{dt}$$

Relacionando la corriente en el circuito (1) con los parámetros del sistema

Derivando (1) respecto al tiempo, y tomando en cuenta que $I_1 = \frac{dq_1}{dt}$ se obtiene

$$L_1 \frac{d^2 I_1}{dt^2} + R_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C_1} I_1 = -M \frac{d^2 I_2}{dt^2} \qquad (1)$$

Análogamente la relación de la corriente en el circuito (2) con los parámetros del sistema

$$L_2 \frac{d^2 I_2}{dt^2} + R_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C_2} I_2 = -M \frac{d^2 I_1}{dt^2} \qquad (2)$$

El transformador y el generador son aplicaciones prácticas comunes de este proceso

El aspecto mas importante y fundamental de la inducción es que se puede intercambiar energía entre dos circuitos por medio del campo electromagnético.

Del fenómeno de inducción mutua podemos decir que la interacción electromagnética entre dos partículas cargadas s puede describir como el intercambio de energía por intermedio del campo electromagnético mutuo.

Para dos partículas cargadas sujetas a interacción electromagnética, el principio de conservación de la energía se debe reformular incluyendo la energía del campo

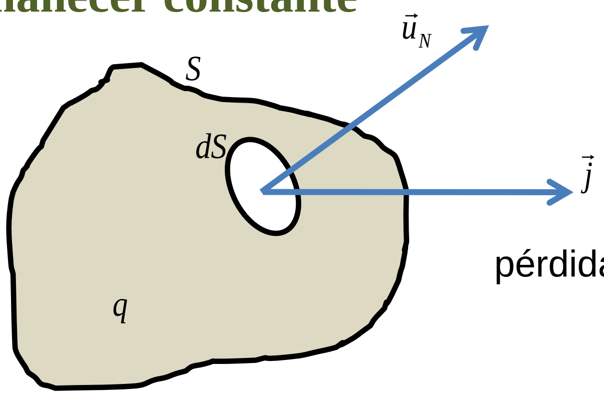
(3) $E = E_1 + E_2 + E_{campo}$ E_1 y $E_2 \rightarrow$ Son las energías de cada partícula $\sum E_k, E_p$

$E_{campo} \rightarrow$ Es la energía asocia con su campo electromagnético común

En (3) es la suma de los tres términos lo que permanece constante durante el movimiento

Principio de conservación de la carga

En todos los procesos que ocurren en el universo, la cantidad neta de carga siempre debe de permanecer constante



Las cargas se mueven

El principio de conservación de la carga exige

pérdida de carga = flujo de carga saliente-Flujo de carga entrante
= flujo neto de carga saliente

Flujo neto de carga por unidad de tiempo

$$I = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_N dS \quad (1)$$

Pérdida de carga por unidad de tiempo dentro de S

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_N dS \quad (2)$$

De la ley de Gauss

$$q = \varepsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS \qquad \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS \quad (3)$$

Al sustituir (3) en (2) e igualando a cero

$$\boxed{\oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_N dS + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS = 0}$$

Cuando los campos son estáticos ⇒

$$\frac{d}{dt} \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS = 0 \qquad \Rightarrow \oint_S \vec{j} \cdot \vec{u}_N dS = 0$$

Para campos estáticos no hay acumulación o perdida de carga en ninguna región del espacio

Ley de Kirchhoff

Ley de Ampere-Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Ley F-H

Expresa la relación local $\vec{B}, \vec{E}$ en la misma región del espacio

Entonces debería existir una relación entre la derivada de un campo eléctrico respecto al tiempo y un campo magnético en el mismo lugar.

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{u}_N dS$$

Relaciona la circulación del campo eléctrico con la derivada respecto al tiempo del flujo del campo magnético.

Entonces debería existir una relación entre la derivada del flujo del campo eléctrico respecto al tiempo y la circulación del campo magnético en el mismo lugar

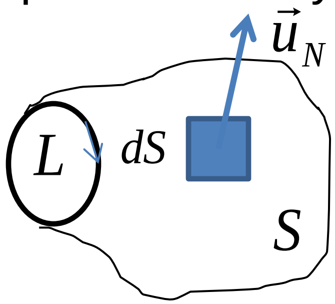
.

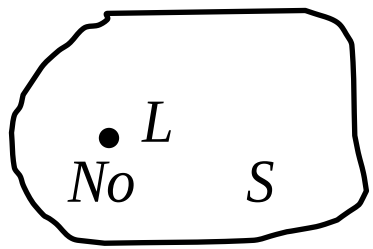
Hasta ahora sabemos por la ley de Ampere (caso estacionario)

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot \vec{u}_N dS$$

No contiene ninguna derivada del flujo del campo eléctrico respecto al tiempo

Si aplicamos la ley de Ampere (1) a la superficie S, limitada por a curva L





$L \rightarrow$ encoge $\rightarrow \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$ disminuye $\rightarrow L$ Convierte en un punto $\rightarrow \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$ anula

$\oint_S \vec{j}\cdot\vec{u}_N dS = 0 \longleftarrow$ Concuerda para el caso estático

$$\int_S \vec{j}\cdot\vec{u}_N dS + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot\vec{u}_N dS = 0$$

Si el campo es dependiente del tiempo

Para campos dependientes del tiempo debe modificarse la ley de Ampere

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left[\int_S \vec{j}\cdot\vec{u}_N dS + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot\vec{u}_N dS\right] \qquad \int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\int_S \vec{j}\cdot\vec{u}_N dS + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot\vec{u}_N dS$$

También

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot\vec{u}_N dS$$

$\vec{E} \rightarrow$ Estático? Ley de Ampere

La sugerencia a modificar la ley de Ampere,

James Clerk Maxwell (1831-1879)

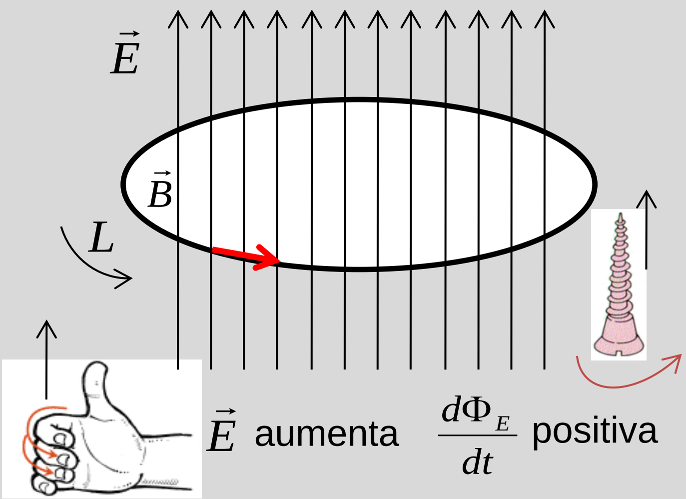
La ley de Ampere $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot\vec{u}_N dS$ Relaciona una corriente estacionaria con el campo magnético que produce

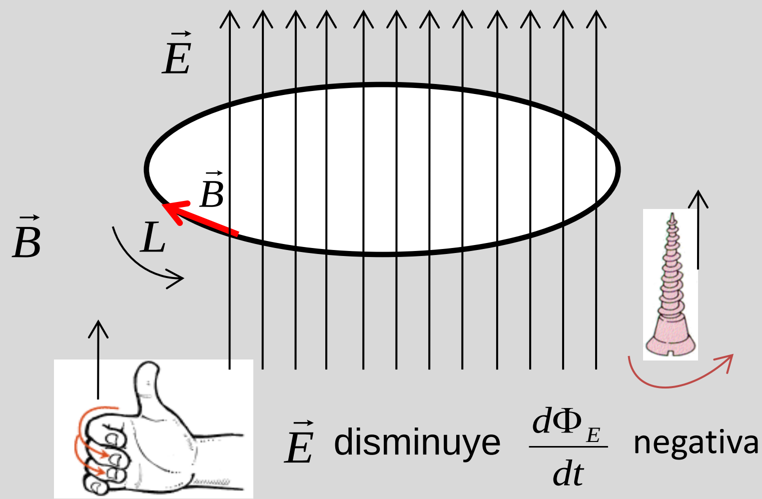
La ley de Ampere-Maxwell $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\oint_S \vec{E}\cdot\vec{u}_N dS$ Un campo eléctrico dependiente del tiempo también contribuye al campo magnético.

En ausencia de corrientes $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot\vec{u}_N dS$

Un campo eléctrico dependiente del tiempo implica la existencia de un campo magnético en el mismo lugar

Circulación del campo magnético





Campo magnético producido por un campo eléctrico dependiente del tiempo

$$\Lambda_B = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Fuerza magnetomotríz

Ley de Ampere-Maxwell en forma diferencial

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 j_z + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 j_x + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 j_y + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \qquad (*)$$

Relación entre la corriente eléctrica en un punto del espacio y los campos eléctricos y magnéticos en el mismo punto.

En el espacio vacio $\quad \vec{j} = 0 \quad \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

De la ecuación (*), el efecto de un campo eléctrico dependiente del tiempo es añadir

$\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ A la densidad de corriente, este término le llamo ***corriente de Desplazamiento***

Ecuaciones de Maxwell

Campo electromagnético caracterizado por dos vectores $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

La teoría del campo electromagnético se resumen en cuatro leyes

- Ley de Gauss para el campo eléctrico
- Ley de Gauss para el campo magnético
- Ley de Faraday-Henry
- Ley de Ampere-Maxwell

La carga q y la corriente I se denominan ***las fuentes del campo electromagnético***

Las dos leyes de Gauss

- Ley de Gauss para el campo eléctrico
- Ley de Gauss para el campo magnético

Validadas para campos eléctrico y magnéticos dependientes del tiempo

Las ecuaciones de maxwell son compatibles con el principio de relatividad

→ *Son invariantes frente a una transformación de Lorentz*

Limitaciones

Funcionan muy bien para tratar interacciones entre un gran nuero de cargas, como las antenas radiantes, los Circuitos eléctricos

Las interacciones electromagnéticas entre partículas elementales (energías altas), hay que usar un tratamiento diferente conforme a las leyes de la mecánica cuántica.

Electrodinámica Cuántica **Electrodinámica clásica**

Ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético

Ley	Forma integral	Forma diferencial
Ley de Gauss para el campo eléctrico	$\oint_S \vec{E} \cdot u_N dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
Ley de Gauss para el campo magnético	$\oint_S \vec{B} \cdot u_N dS = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
Ley de Faraday-Henrry	$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{B}.\vec{u}_N dS$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Ley de Ampere-Maxwell	$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \vec{i} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS$	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

En el espacio libre o vacio, donde no hay cargas ($\rho = 0$) ni corriente ($\vec{j} = 0$)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Inducción electromagnética y el principio de relatividad

$$V_E = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (1)$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\vec{u}_N dS \qquad (2)$$

Validas sin importar el origen de la variación del flujo

Para un observador en su propio sistema de referencia

Ve $\Delta\Phi_B$ a través de un circuito estacionario ⇒ $\Delta\,\vec{B}$ t $\vec{E}$ Relacionado $\vec{B}$ (2)

Reconoce la presencia de un $\vec{E}$ midiendo la fuerza que se ejerce sobre una carga en reposo en su sistema de referencia

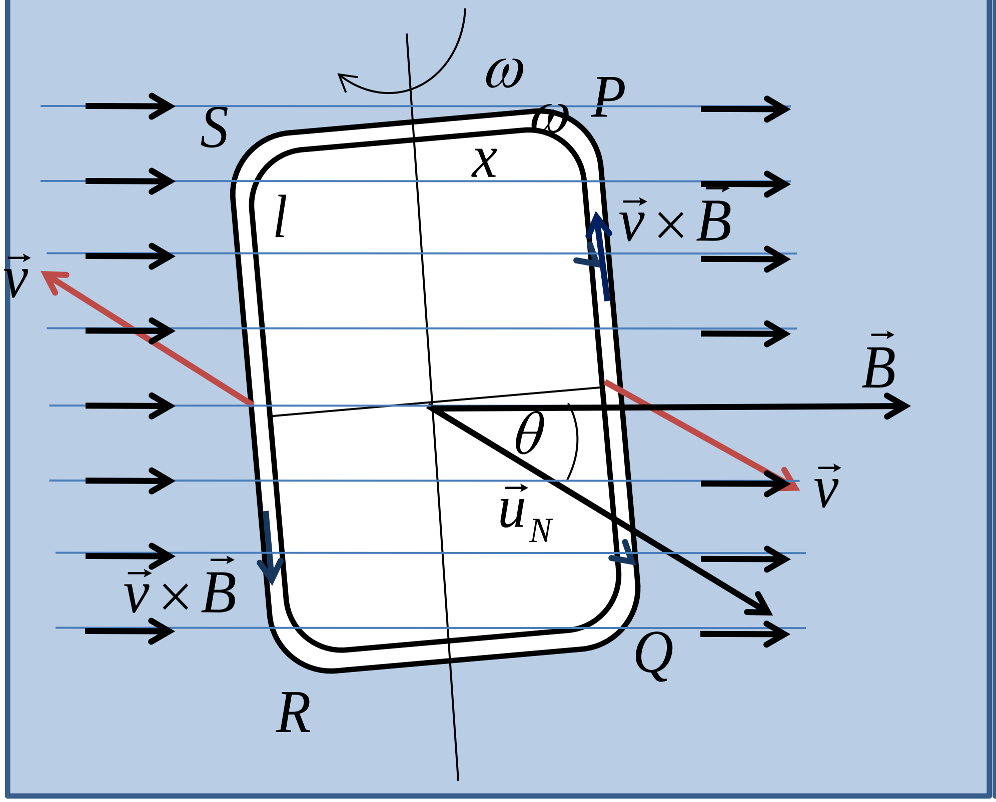
Cuando el observado ve que $\Delta\Phi_B$ se debe a un movimiento del conductor respecto a su Sistema de referencia , no observa $\vec{E}$

fem ⇒ $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ Ejercida por ⇒ $\vec{B}$ sobre las cargas del conductor móvil

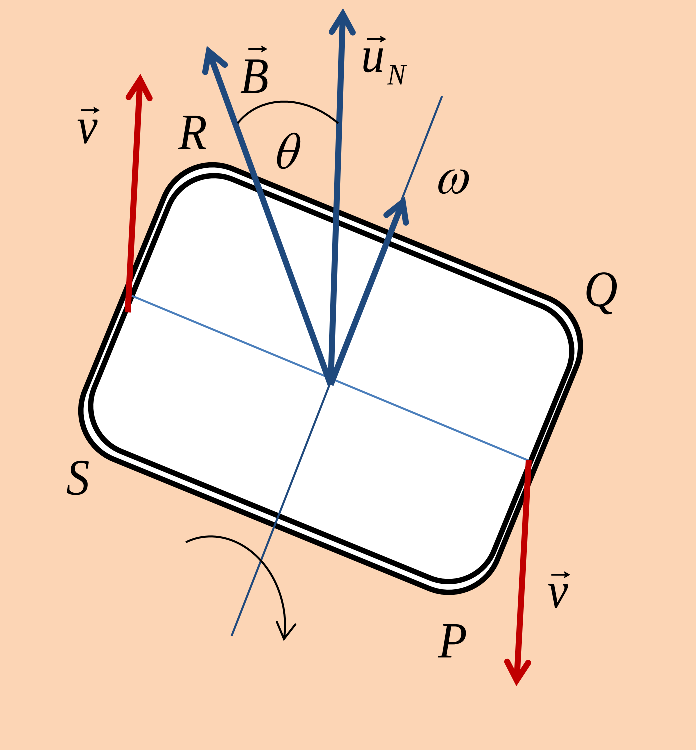
¿Cómo puede ser que dos situaciones diferentes y aparentemente sin relación tengan una descripción común?

La respuesta está en el principio de relatividad

Circuito rotante — Punto de vista intuitivo



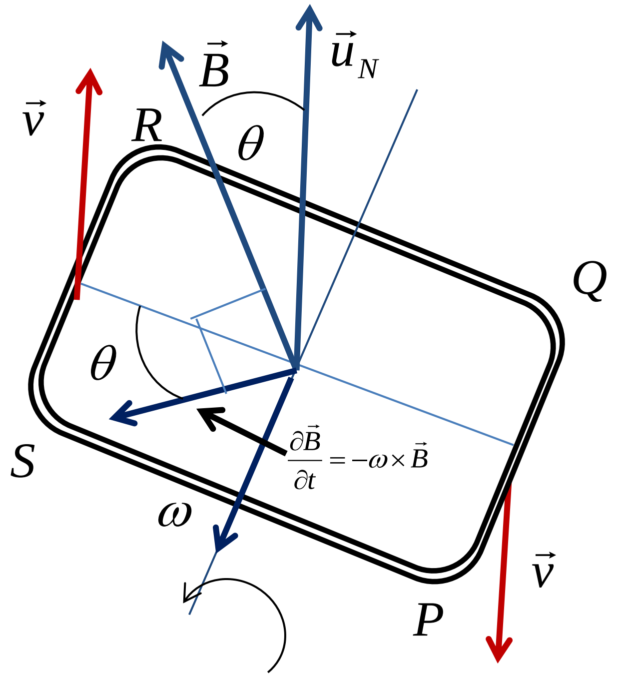
En un sistema de referencia $B = cte$



El circuito esta rotando, no se observa $\vec{E}$ ⇨ $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$

Para un observado fijo a un sistema que se mueve con el circuito

Ve un circuito en reposo y un campo magnético $\vec{B}$ cuya dirección rota en el espacio



Relaciona entonces las fuerzas que actúan sobre los electrones del circuito con $\vec{E}$ asociado con el campo magnético variable, de acuerdo a

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{u}_N dS$$

La verificación experimental de la ley de inducción electromagnética para campos magnético variables es simplemente una reafirmación de la validez general del principio de relatividad