Transición

De la Electrostática

a la Electrocinética

Primera mitad del siglo XIX

Modelo de acción a distancia

$$\vec{F}_{ij} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{R_{ij}}\hat{R}_{ij} \qquad \vec{F} = kq\int_{vol}\frac{\rho\left(\vec{R}'\right)dV'}{R'^2}\hat{R}' \qquad \vec{F}_{N,q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q'_i}{R_i^2}\hat{R}_i$$

Modelo de campo

Campo eléctrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E}_N = \sum_i \vec{E}_i$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

Potencial eléctrico

$$V = \frac{E_p}{q_0}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$V_N = \sum_i V_i$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{r}$$

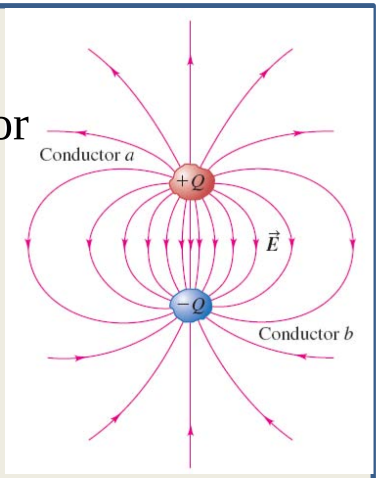
Modelo físico matemático. Ley de Gauss

$$\Phi_E = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

	Interior	Exterior
Esfera conductora	$E = 0$	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$
Esfera aislante	$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

Capacitores

Dos conductores cualesquiera a y b aislados uno del otro forman un capacitor



Representación esquemática de un capacitor:

Capacitancia

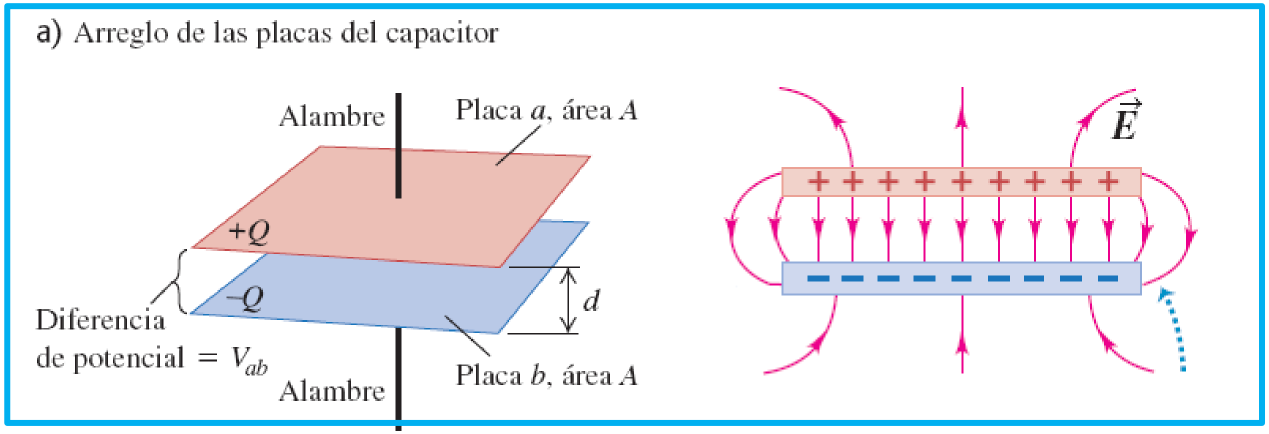
El potencial eléctrico en la superficie de una esfera (radio R)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \qquad \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R \quad \Rightarrow C = \frac{q}{V}$$

$$\boxed{\frac{C}{V} = Farad}$$

La **capacitancia** es una medida de la aptitud (capacidad) de un capacitor para almacenar energía

Capacitancia de algunos configuraciones



Capacitor de placas paralelas

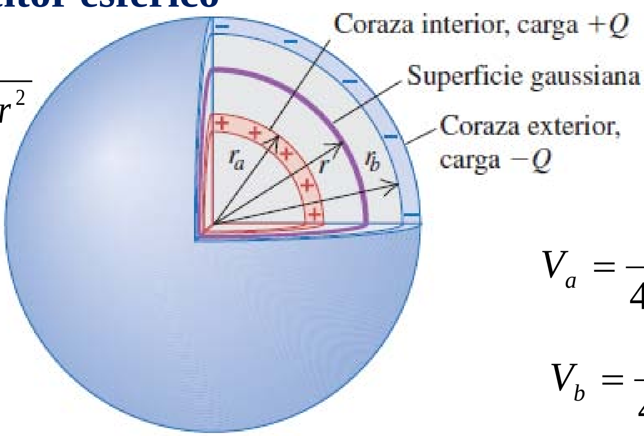
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ F/m$$

$$V_1 - V_2 = Ed \qquad \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \qquad C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Capacitor esférico

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



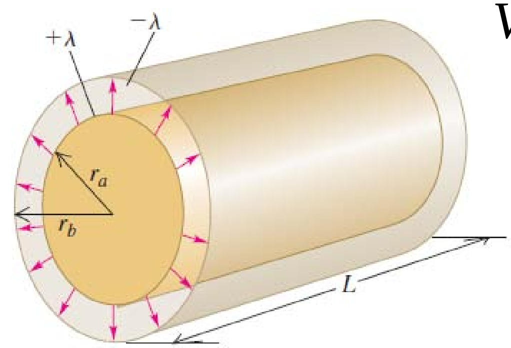
$$V_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_a}$$

$$V_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_b}$$

$$V_a - V_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \qquad V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_b - r_a}{r_a r_b}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}$$

Capacitor cilíndrico



$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

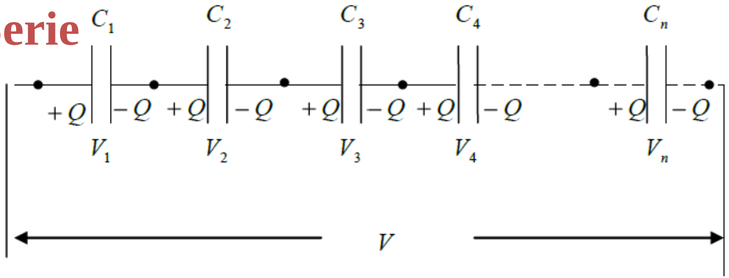
$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

$$\boxed{Q = \lambda L \qquad V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}}$$

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}$$

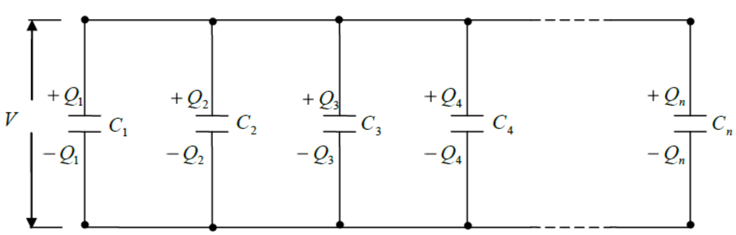
Asociación de capacitores

Serie



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Paralelo



$$C = C_1 + C_n + \ldots$$

Energía de un capacitor

$$U = \frac{Q^2}{2C} \qquad Q = CV \qquad U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

Capacitancia de un conductor esférico rodeado de un material cuya permitividad ε_0 es : $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\right) \qquad U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int_{todo\ el\ espacio} E^2 dv$$

La energía por unidad de volumen, o densidad de energía “almacena” en el campo eléctrico es

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

La densidad de energía y dieléctricos

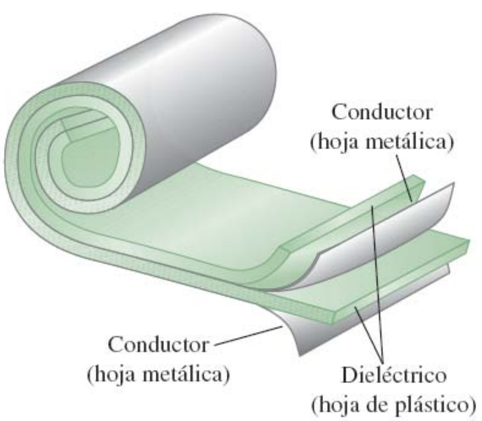
$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\right]^2 \quad \Rightarrow u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{1}{16\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{Q^2}{r^4} \quad \Rightarrow u = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$$

$$U = \int_{\text{todo el espacio}} u\,dV \Rightarrow \quad U = \int_{r_a}^{r_b} \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} 4\pi r^2 dr \quad U = \frac{1}{8}\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{1}{r^2}dr$$

$$U = \frac{1}{8}\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0}\left|-\frac{1}{r}\right|_{r_a}^{r_b} = \frac{1}{8}\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right]$$

$$\boxed{U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{r_b - r_a}{r_a r_b}}$$

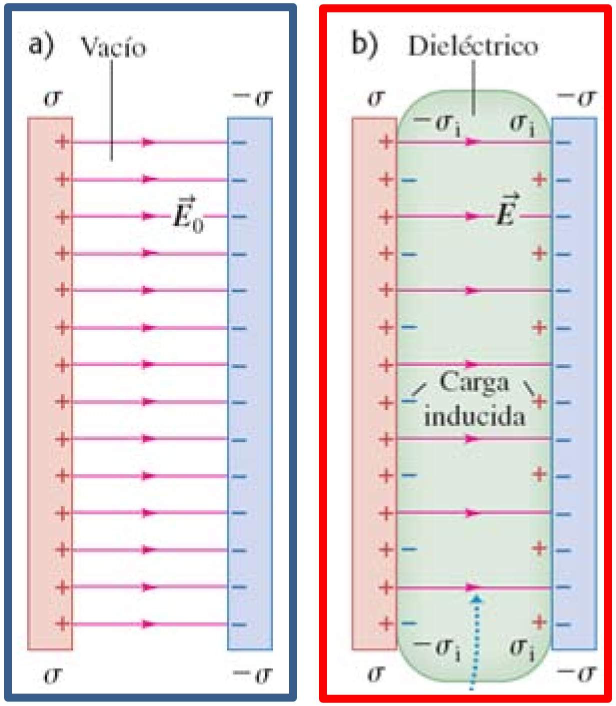
Efecto de un dieléctrico en un condensador



$$C = kC_0 \qquad V = \frac{V_0}{k}$$

$$E_C = \frac{E_{C_0}}{k}$$

Carga inducida y polarización



$$\boxed{E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{E = \frac{E_0}{k}}$$

El campo eléctrico en presencia del dieléctrico es

$$E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{k\varepsilon_0} \qquad \sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

El producto $k\varepsilon_0$ *se llama* **permitividad del dieléctrico*, y se denota con*** ε

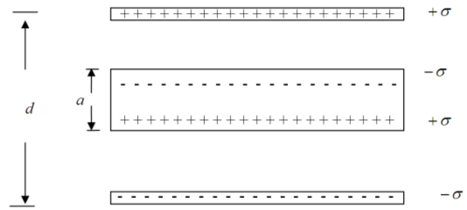
Condensado de placas paralelas $C = \varepsilon \frac{A}{d}$

Densidad de energía $u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

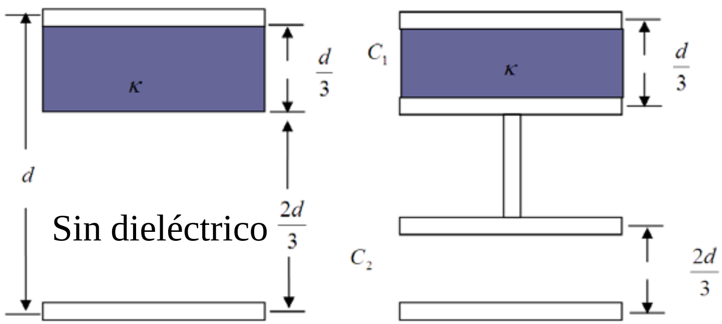
Campo eléctrico excedido Ruptura del dieléctrico

Efecto de una lamina metálica

Dos condensadores

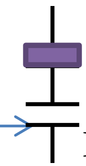


Capacitor parcialmente lleno



$$C_1 = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{\frac{d}{3}}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{\frac{2d}{3}}$$

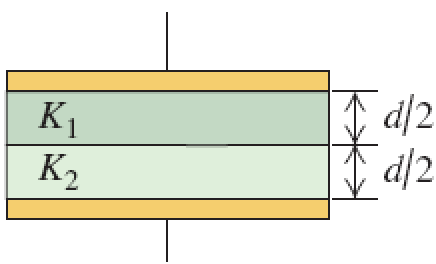


Dos capacitores en serie

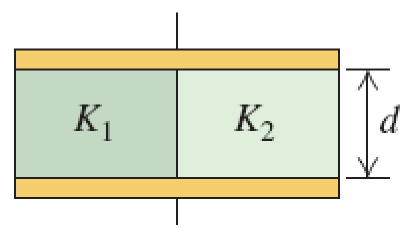
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{\frac{d}{3}}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{\frac{2d}{3}}} \qquad \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{\frac{d}{3}}{\kappa\varepsilon_0 A} + \frac{\frac{2}{3}d}{\varepsilon_0 A} \qquad \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{d}{3\varepsilon_0 A}\left(\frac{1}{\kappa} + 2\right)$$

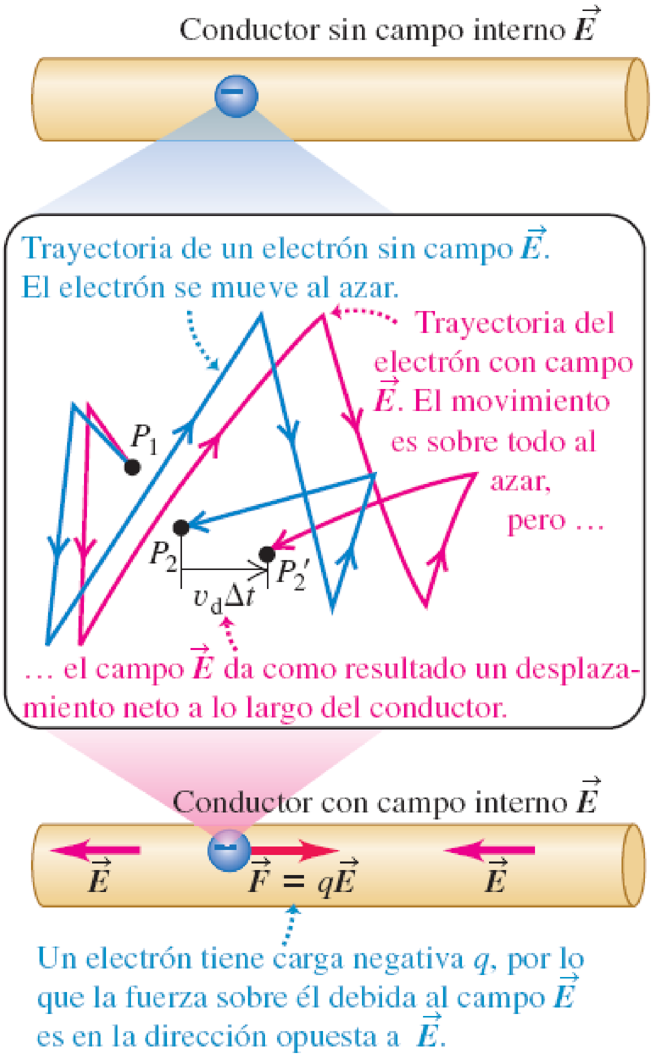
$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{d}{3\varepsilon_0 A}\left(\frac{2\kappa+1}{\kappa}\right) \qquad \Rightarrow C = \frac{3\varepsilon_0 A}{d}\left(\frac{\kappa}{2\kappa+1}\right) \qquad \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}\left(\frac{3\kappa}{2\kappa+1}\right) \qquad \Rightarrow C = C_0\left(\frac{3\kappa}{2\kappa+1}\right)$$



$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}\right)$$



$$C = \frac{\epsilon_0 A(K_1 + K_2)}{2d}$$



Una **corriente eléctrica** es todo movimiento de carga de una región a otra

Movimiento aleatorio

Electrones libres $10^6\ m/s$

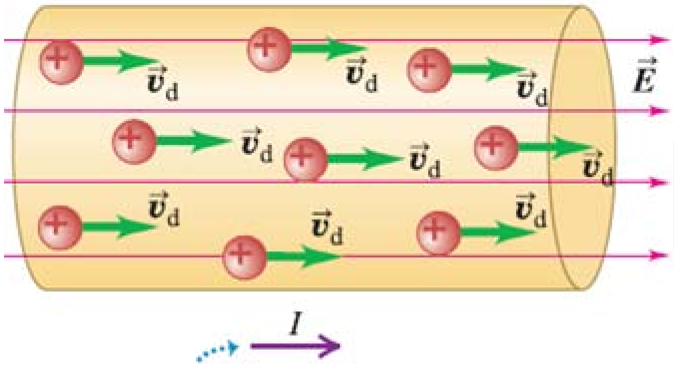
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Grupos con Movimiento neto muy lento o deriva

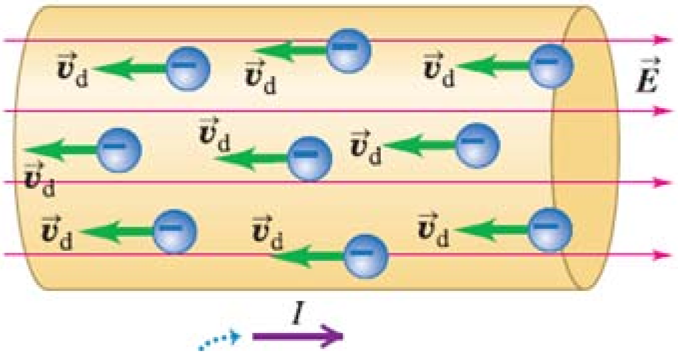
Grupos en dirección del campo eléctrico

Velocidad de deriva $\vec{v}_d \approx 10^{-4}\ m/s$

Conductores metalicos **Semiconductores** **Superconductores**



Corriente a través de área y por unidad de tiempo



Definición: Definimos la corriente, denotada por I , va en la dirección en la que hay un flujo de carga positiva

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$1A = \frac{1C}{s}$$

Amperio

Unidades

La *corriente por unidad de área* de la sección transversal se denomina **densidad de corriente** J

$$J = \frac{I}{A} \qquad I = \oint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \rightarrow I = JA$$

$\boxed{\vec{J} \text{ misma dirección de } \vec{E}}$

Ley de Ohm

A temperatura constante

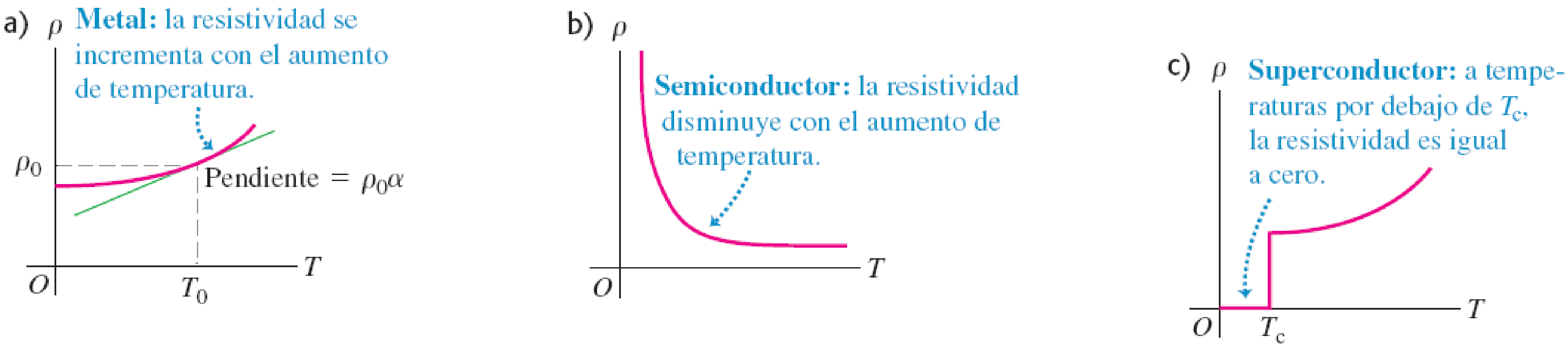
$$\vec{J} \propto \vec{E} \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

σ Conductividad, se mide en $(\Omega m)^{-1}$

Se define la resistividad

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad \Omega m$$

Variación de la resistividad ρ con la temperatura T



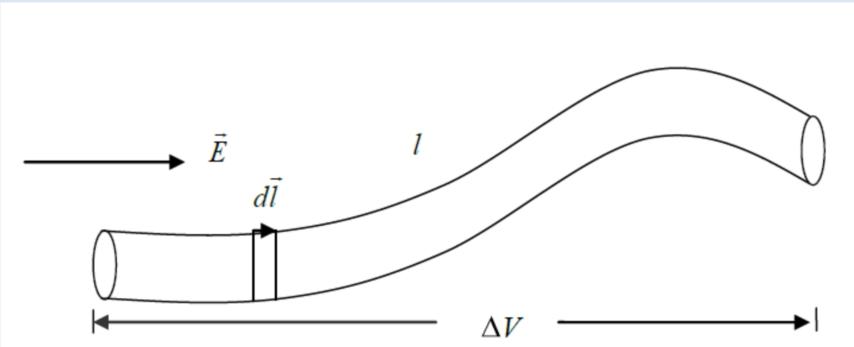
Los semiconductores tiene resistividades intermedias entre la de los metales y la de los aislantes

Un material que obedece razonablemente bien a la ley de Ohm se llama conductor óhmico o conductor lineal. Para esos materiales, a una temperatura dada, ρ es una constante que no depende de E

No óhmicos o no lineales J depende de E de manera más complicada

Relación de Ohm

Conductor de sección de área A y longitud l



$\Delta V = El$

$$I = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} \rightarrow I = JA \qquad J = \sigma E$$

$$I = (\sigma E)A \Rightarrow E = \left(\frac{I}{\sigma A}\right)$$

$$\Delta V = \left(\frac{l}{\sigma A}\right) I \qquad \frac{l}{\sigma A} = R$$

Relación de Ohm

$$\Delta V = RI$$

$\left(\frac{l}{\sigma A}\right)$ Es una constante, pues σ es una constante del material en cuestión

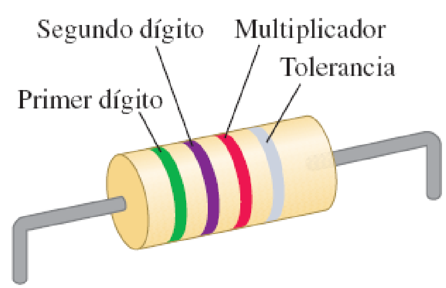
Entonces

$$R = \frac{l}{\sigma A} \quad \text{pero} \quad \rho = \frac{1}{\sigma} \qquad R = \rho \frac{l}{A}$$

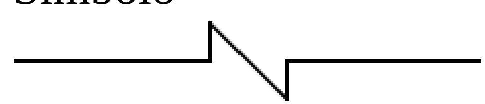
La resistencia R depende

- ✓ Características geométricas del material
- ✓ Conductividad
- ✓ Resistividad

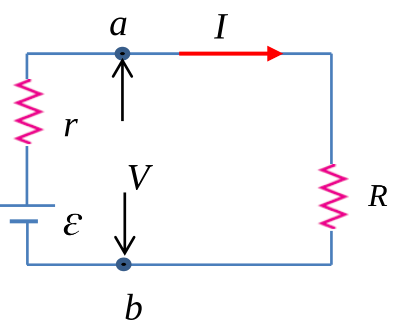
$$R \rightarrow \Omega m \frac{m}{m^2} \Rightarrow R(\Omega)$$



Símbolo



Diferencia de potencial (ddp) y fuerza electromotriz (*fem*)



Las cargas se desplazan a través del hilo ddp entre dos puntos

Fuerza electromotriz procede del hecho de que la pila separa cargas y crea una diferencia de potencial

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{\text{elec conservativa}} + \vec{F}_{\text{elec no conservativa}} = q\vec{E} + q\vec{E}'$$

fem **Transferencia de energía**

La fuerza electromotriz, en el caso de la pila, es la causa de una separación de cargas de distinto signo entre sus electrodos y por tanto, la causa de una diferencia de potencial constante entre sus electrodos.

$\vec{E}$ Campo eléctrico conservativo producido entre los extremos *A* y *B* del interior de la pila

$\vec{E}'$ Campo no conservativo debido a las acciones no conservativas como, por ejemplo, reacciones químicas dentro de la pila

la energía puesta en juego en la pila para separar las cargas viene dada

$$fem_{ab} = \int_a^b \vec{E}'.d\vec{l}$$ a nivel microscópico

$$\varepsilon = V + IR$$ nivel macroscópico

la fuerza electromotriz es la magnitud que mide el trabajo realizado por fuerzas no conservativas para separar las cargas y desplazarlas.

$$V_{ab} = -\int_a^b \vec{E}.d\vec{l}$$

a nivel microscópico

$$V_{ab} = IR$$

nivel macroscópico

La diferencia entre la fuerza electromotriz y la diferencia de potencial viene dada por medir diferentes tipos de acciones producidas por causas radicalmente diferentes.

Fuerza electromotriz

$$W = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Una fuerza es conservativa $F = -\vec{\nabla} E_p$ $\quad E_p = -\vec{F}.\vec{r}$

Trabajo independiente de la trayectoria

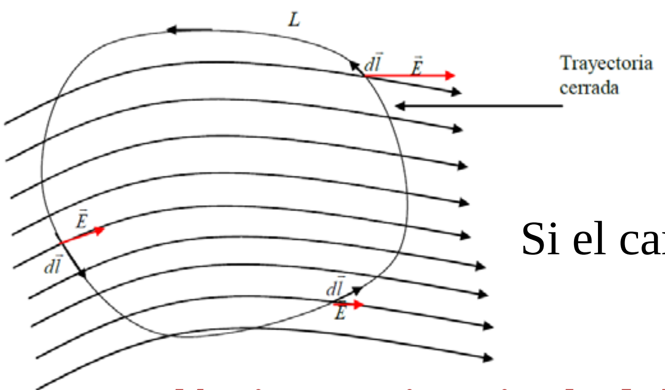
$$\int_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$fem = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

La fem aplicada a una trayectoria cerrada es igual al trabajo hecho al mover una unidad de carga alrededor de la misma

Consideremos ahora el caso especial de un campo eléctrico estacionario

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$



Podemos escribir

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B$$

Si el camino es cerrado $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \quad fem = 0$

La fem, o circulación de campo eléctrico estacionario alrededor de un camino cerrado arbitrario es nula.

Si el campo eléctrico se aplica a un conductor

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B \qquad V_A - V_B = RI \Rightarrow \qquad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = RI$$

Si el conductor se coloca en un campo eléctrico estacionario

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \Rightarrow RI = 0 \Rightarrow I = 0$$

"Un campo eléctrico estacionario no puede mantener una corriente en un circuito cerrado"

Explicación: La razón es porque el campo eléctrico estacionario es CONSERVATIVO y la energía neta total suministrada a una carga que describe un camino cerrado es NULA.

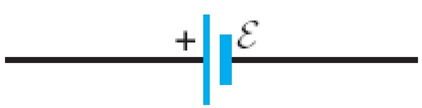
Una carga moviéndose en el interior de un conductor transfiere la energía recibida del campo eléctrico a la red cristalina y este procesos es irreversible; es decir, la red no retorna la energía a los electrones

Por lo tanto a menos que se suministre una cantidad neta de energía a los electrones, estos no podrán moverse uniformemente en un circuito cerrado.

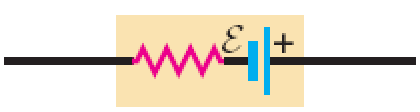
Hay varias maneras de suministrar energía a los electrones o de generar

- ✓ Reacciones químicas (Baterías)
- ✓ Inducción electromagnética

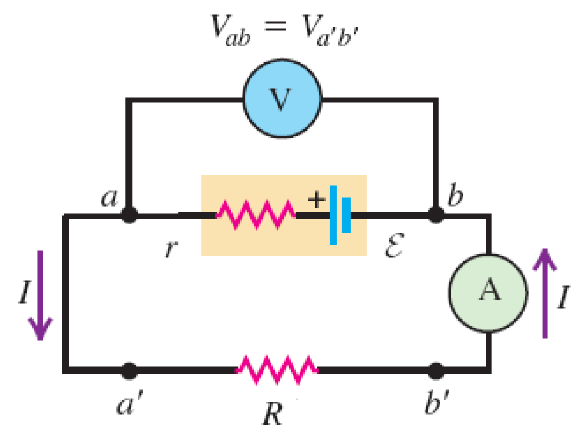
Esquemáticamente



$$\varepsilon = Ir + V_{ab}$$



$$V_{ab} = \varepsilon - Ir$$

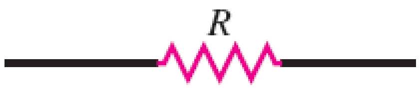


$$IR = \varepsilon - Ir$$

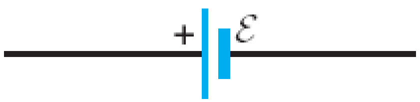
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

Símbolos para diagrama de circuitos

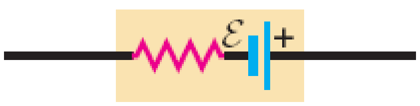
Conductor con resistencia despreciable



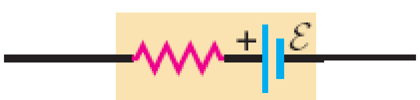
Resistor



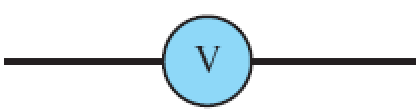
Fuente de *fem*



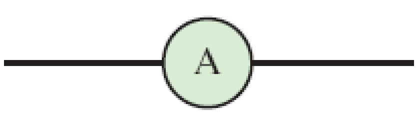
Fuente de *fem* con resistencia interna r



Fuente de *fem* con resistencia interna r

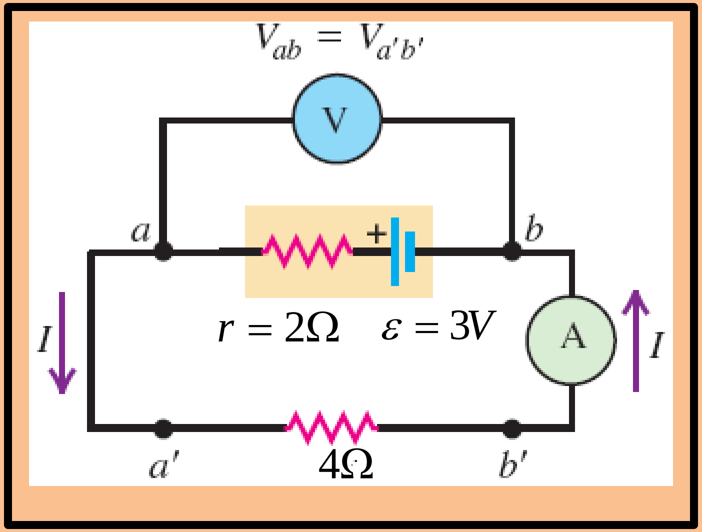


Voltímetro



Amperímetro

Fuente en un circuito completo

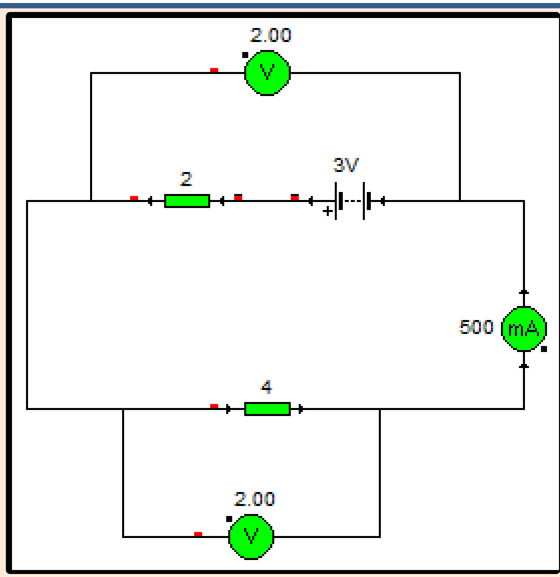


$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{3V}{4\Omega + 2\Omega} \Rightarrow I = 0.5A$$

$$V_{a'b'} = RI = 4\Omega * 0.5A \quad \Rightarrow V_{a'b'} = 2V$$

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir = 3V - 0.5A * 2\Omega \quad \Rightarrow V_{ab} = 2V$$

Uso de los voltímetros y amperímetros

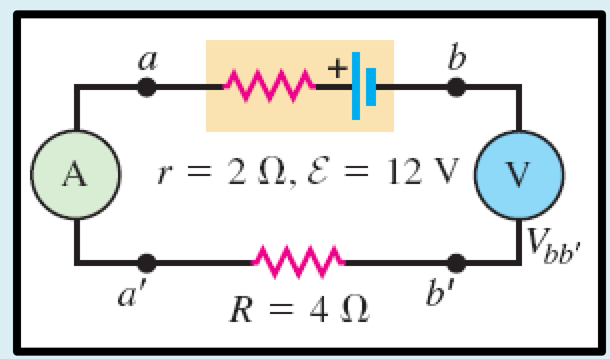


V $V_{a'b}' = 2V$

$V_{ab} = 2V$

A $I = 500mA$

A través del voltímetro no hay corriente porque este tiene una resistencia infinitamente grande. La corriente en ele amperímetro es $I = 0$



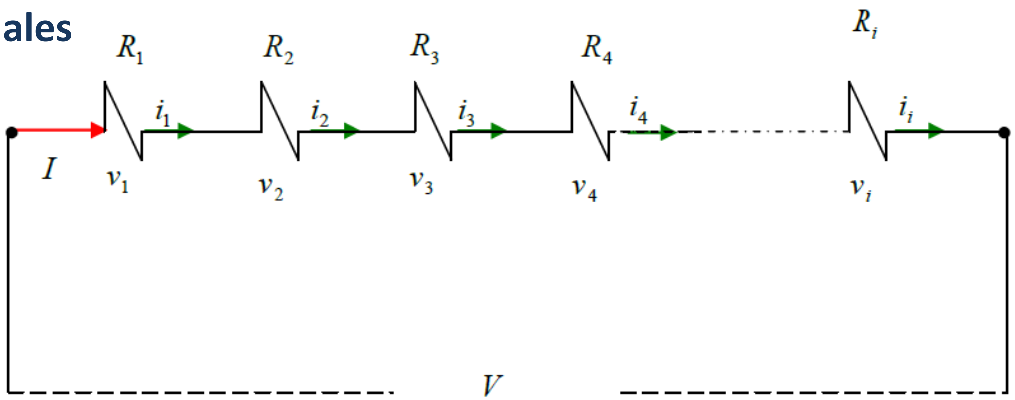
Como no hay corriente que fluya

$$V_{ab} = \varepsilon = 12V$$

Combinación de resistores

Asociación en serie

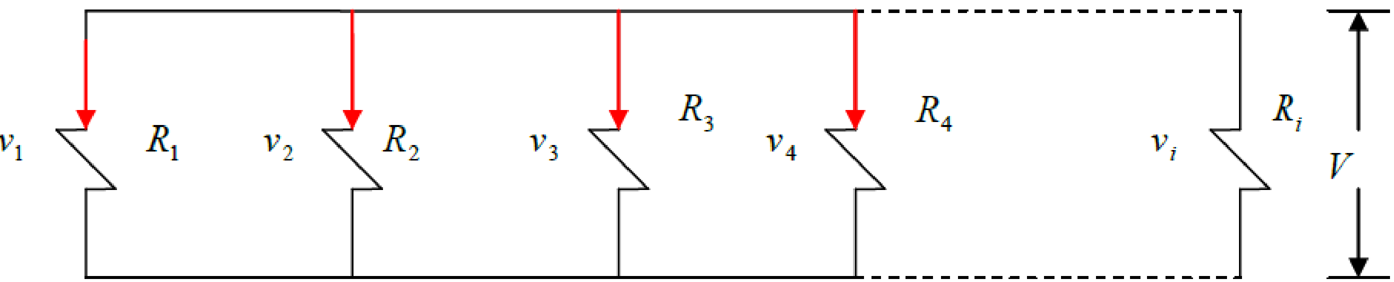
La resistencia equivalente de cualquier numero de resistores en serie es igual a la suma de sus resistencias individuales



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_i$$

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I \qquad V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + \ldots V_i \qquad V = R_{eq} I$$

Asociación en paralelo



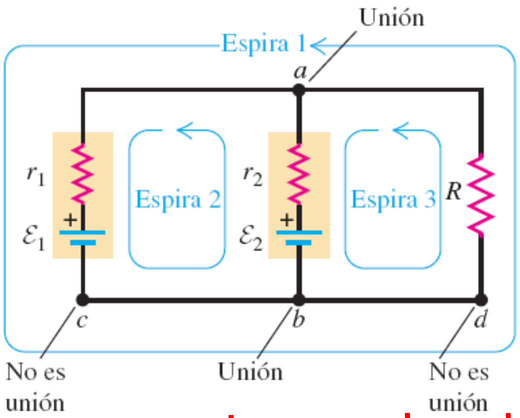
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

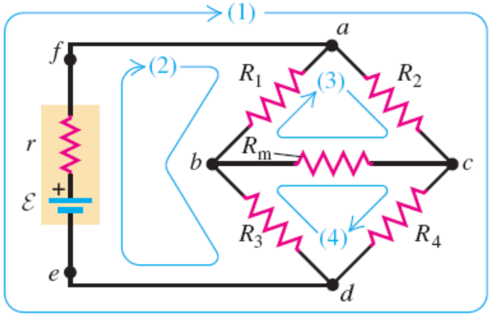
$$V = V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V \qquad I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \ldots I_i \qquad I = \frac{V}{R_{eq}}$$

Para cualquier numero de resistores en paralelo, el reciproco de la resistencia equivalente es igual a la suma de los recíprocos de sus resistencias individuales.

Reglas de Kirchhoff

Muchas redes de resistores, no pueden reducirse a combinaciones simples en serie o paralelo. Para resolverlo es necesario un nuevo método, por eso aparecen las reglas de Kirchhoff.





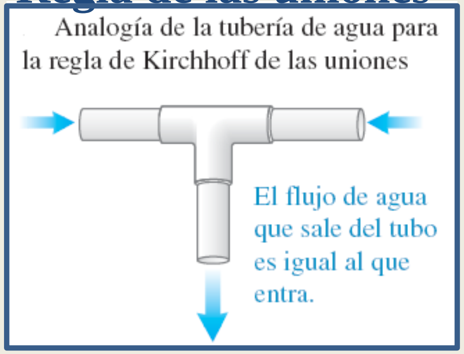
Definamos:

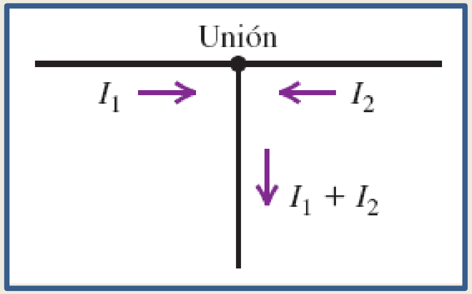
Unión: Es un punto donde se encuentran tres o mas conductores, a esta unión se le llama nodo.

Espira: Es cualquier camino conductor cerrado.

Las reglas de Kirchhoff constan de dos ecuaciones

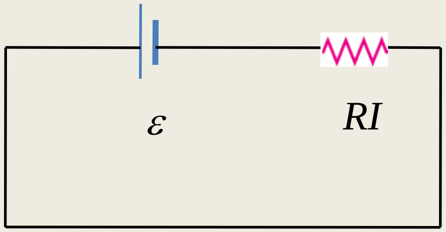
Regla de las uniones





$$\sum I = 0$$

Regla de las Espiras



fem y productos *RI*

$$\sum V = 0$$

Convenciones y signos en la reglas de Kirchhoff

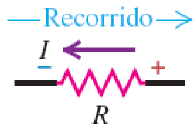
Fuerza electromotriz

$+\mathcal{E}$: sentido del recorrido de – a +:

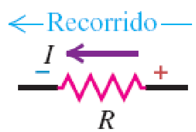
$-\mathcal{E}$: sentido del recorrido de + a –:

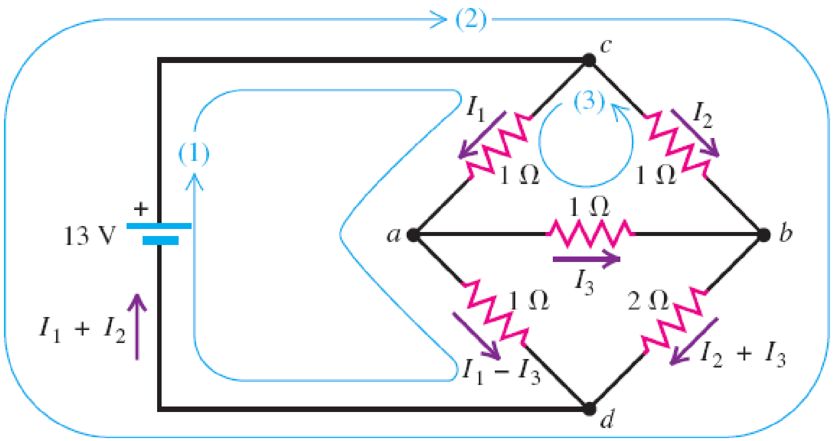
Productos

$+IR$: sentido del recorrido *opuesto* al de la corriente:



$-IR$: recorrido en el sentido de la corriente:





Cinco corrientes a determinar, debido a que hay cinco resistencias.

Aplicando la regla de las uniones a los nodos *a* y *b*, es posible representarlas en términos de tres corrientes

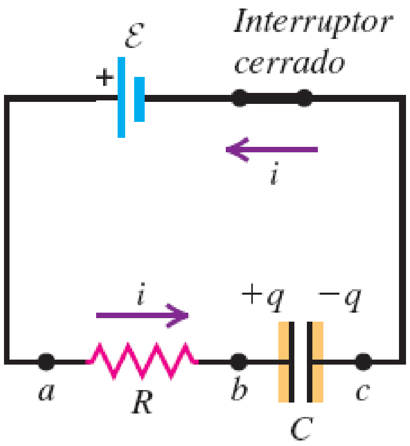
Recorrido (1) $$-i_1(1\Omega) - (i_1 - i_3)(1\Omega) + 13V = 0 \qquad i_1 = 6$$

Recorrido (2) $$-i_2(1\Omega) - (i_2 + i_3)(2\Omega) + 13V = 0 \qquad i_2 = 5$$

Recorrido (3) $$-i_1(1\Omega) - i_3(1\Omega) + i_2(1\Omega) = 0 \qquad i_3 = -1$$

$$i_g = 6A + 5A \Rightarrow i_g = 11A \qquad R_{eq} = \frac{13V}{11A} \Rightarrow R_{eq} = 1.18\Omega$$

Carga de un condensador



$$RC = \tau$$

Cuando el interruptor se cierra, a medida que transcurre el tiempo, la carga en el capacitor se incrementa y la corriente disminuye.

Aplicando las reglas de Kirchhoff, tenemos

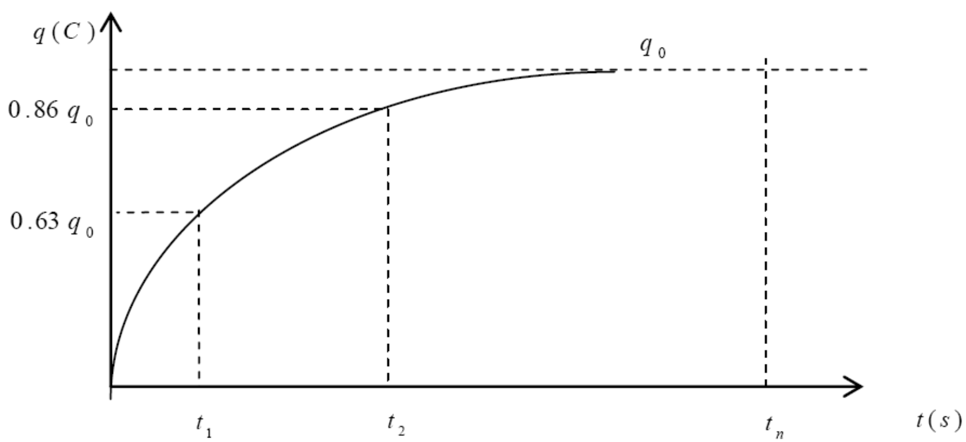
$$\varepsilon + v_{bc} + v_{ab} = 0 \qquad \varepsilon - \frac{q}{C} - Ri = 0 \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

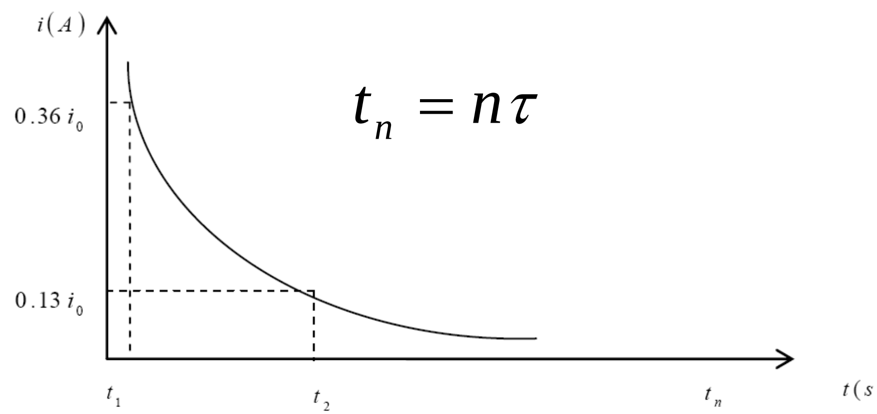
$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q - C\varepsilon}{RC} \qquad q = q_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right) \qquad i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

$$\text{Carga}\begin{cases} t = 0 & \rightarrow & q = 0 \\ t = \infty & \rightarrow & q = q_0 \end{cases}$$

Casos asintóticos

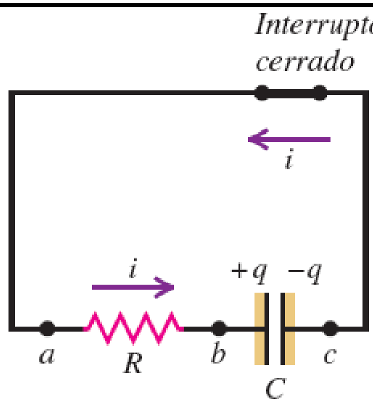
$$\text{Corriente}\begin{cases} t = 0 & \rightarrow & i = \dfrac{\varepsilon}{R} \\ t = \infty & \rightarrow & i = 0 \end{cases}$$





$$t_n = n\tau$$

Proceso de descarga de un condensador



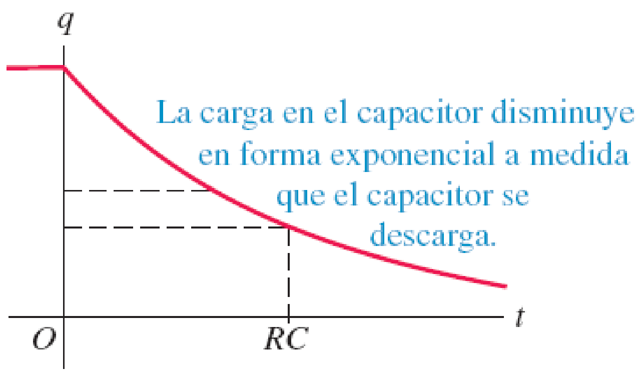
Cuando se cierra el interruptor, tanto la carga en el capacitor como la corriente disminuyen con el tiempo.

Aplicando las reglas de Kirchhoff, tenemos

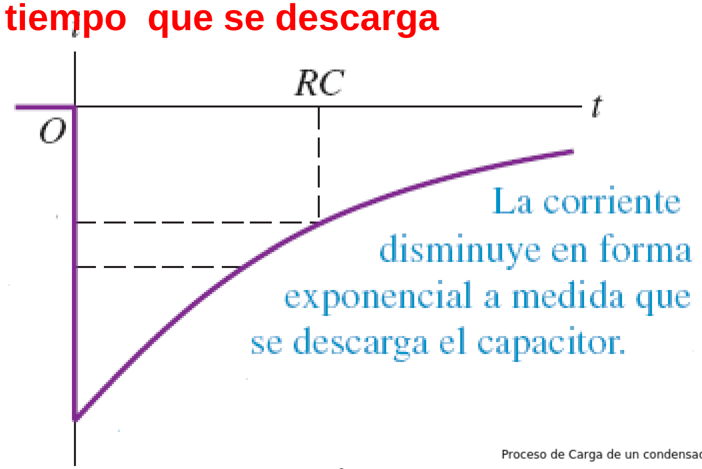
$$\varepsilon + v_{bc} + v_{ab} = 0 \qquad \varepsilon = 0 \qquad \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$q = q_0 e^{-\frac{1}{RC}t} \qquad i = -i_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$$

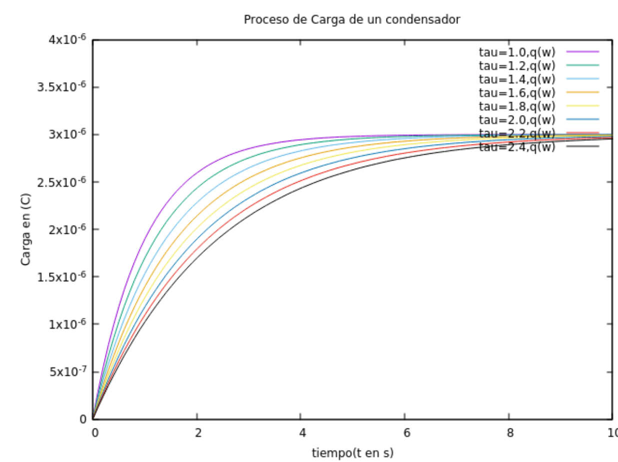
Carga en un capacitor contra el tiempo que se descarga



Corriente en un capacitor contra el tiempo que se descarga



Simulaciones



Diseño de un laboratorio virtual para el estudio práctico de circuitos.