



# La electricidad como ciencia

Dr. Gilberto Paredes

Laboratorio de Física Aplicada y Computacional

## Evolución de la teoría eléctrica a lo largo del siglo XVII

**Electricidad** “Una sustancia o fluido que se suponía que estaba dentro de los cuerpos cuando se electrizaban”



(1706-1790)

B. Franklin «Experiment and Observations on Electricity »

«**Modelo de fluido**» Este consistía en considerar que todos los cuerpos contienen una cantidad de fluido (*electric fire*) en su estado neutro.

electrización por frotamiento, las atracciones y repulsiones eléctricas y la conducción eléctrica.



(1715-1787)

W. Watson

Causa del movimiento del fluido eléctrico su diferencia de densidades.

**Diferencia de potencial**

A pesar de que Franklin había introducido el concepto de carga eléctrica o (cantidad de sustancia eléctrica», ni él ni sus sucesores fueron capaces de medirla.

## Influencia Newtoniana en el siglo XIX



1736-1806

Coulomb relaciona la «masa eléctrica», es decir, la carga eléctrica, en valores absolutos con magnitudes mecánicas fundamentales de forma que puede ser sometida a cálculos.

modelo mecanicista que define la carga de forma operativa a partir de sus efectos dinámicos.

**Coulomb extendía la mecánica newtoniana a la electricidad**

### La electricidad como ciencia a comienzos del siglo XIX

A comienzos del siglo XIX los físicos mantenían el modelo de «acción a distancia», dominaba la teoría de Coulomb.

Se introduce un nuevo concepto, el de energía

unificar las diferentes fuerzas existentes (mecánica, eléctrica, química, magnética)

Una física unificada



1775-1836

### La transición de un modelo de acción a distancia a un modelo de campo

**Ampere:** se intentaba explicar las relaciones entre fuerzas eléctricas y magnéticas con hipótesis basadas en el punto de vista newtonianos.



1791-1867

**Faraday:** el primero en sugerir que la acción a distancia resultaba inadecuada para dar cuenta de estas interacciones.

**Faraday dudaba de que la electricidad estuviese constituida por una sustancia fluida o dos flujos.**

Los campos son construcciones matemáticas (funciones de la posición) que ayudan a visualizar el efecto de las fuerzas.

### **El cambio ontológico que supuso la utilización de la idea de campo**

El modelo de campo supone una nueva forma de ver la interacción eléctrica (cambio ontológico) ya que se debe imaginar ésta sin haber cargas testigo que la evidencien, e introduciendo el concepto de energía potencial en el contexto de la teoría de campos.

### **La influencia del modelo de acción a distancia en el desarrollo de la teoría eléctrica a lo largo del siglo XIX**

Muchos científicos continuaban interpretando los fenómenos electromagnéticos en base al modelo de «acción a distancia» y los cálculos se llevaban a cabo mediante los métodos clásicos de la mecánica newtoniana. **Esta segunda vía de investigación difería explícitamente del modelo de campo.**

**El modelo newtoniano y el maxwelliano para interpretar las interacciones entre cargas pueden considerarse de distinto estatus ontológico y epistemológico pero no contrarios**

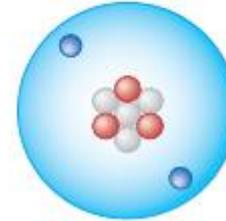
# Interacción eléctrica

## Las interacciones se pueden dividir en



(1643-1727)

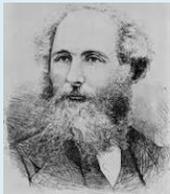
● Protones (+) ● Neutrones  
● Electrones (-)



Escala macroscópica	•Atracción gravitatoria •Fuerza electromagnética
Fuerzas de largo alcance	
Escala microscópica	•Fuerza fuerte → •Fuerza débil →
Fuerzas de corto alcance	

La palabra “eléctrico” se deriva del vocablo griego *elektron*, que significa ámbar.

La versión no-relativista de la gravedad	Newton en el siglo XVII	
La versión relativista de la gravedad	Einstein siglo XX	<b>Relatividad General</b>



Fenómenos eléctricos y magnéticos

Teoría electromagnética es relativista

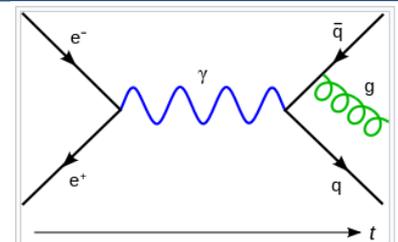
(1831-1879)

Relatividad especial  
Mecánica Cuántica  
**Electrodinámica Cuántica**

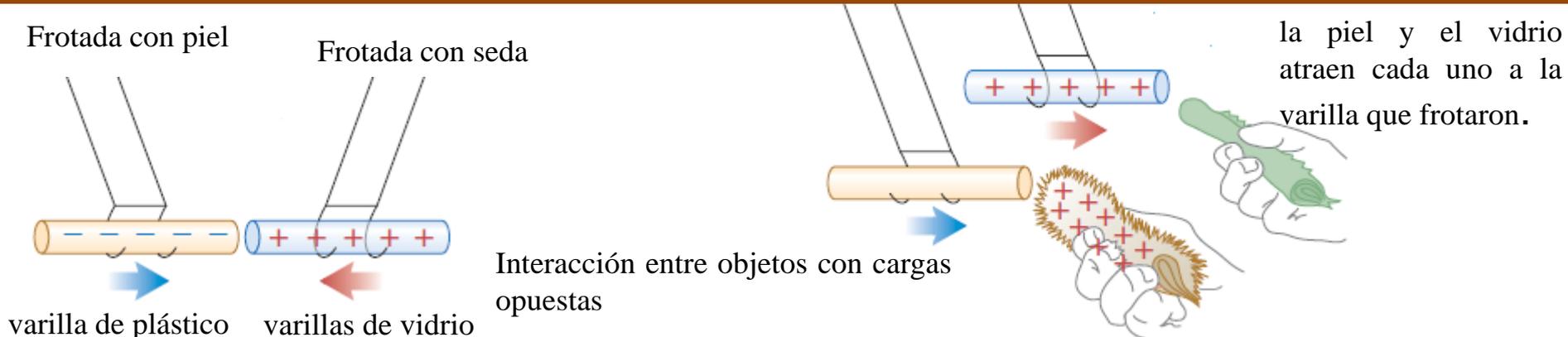
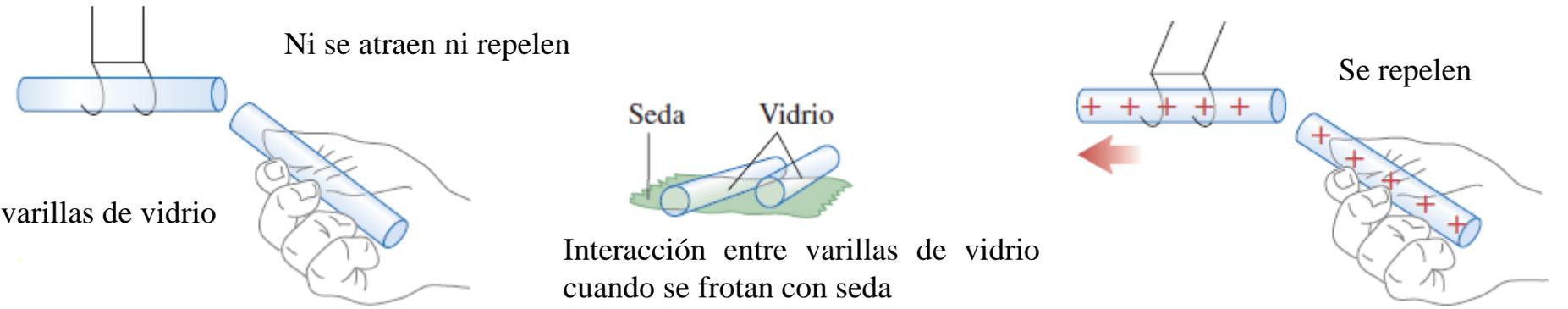
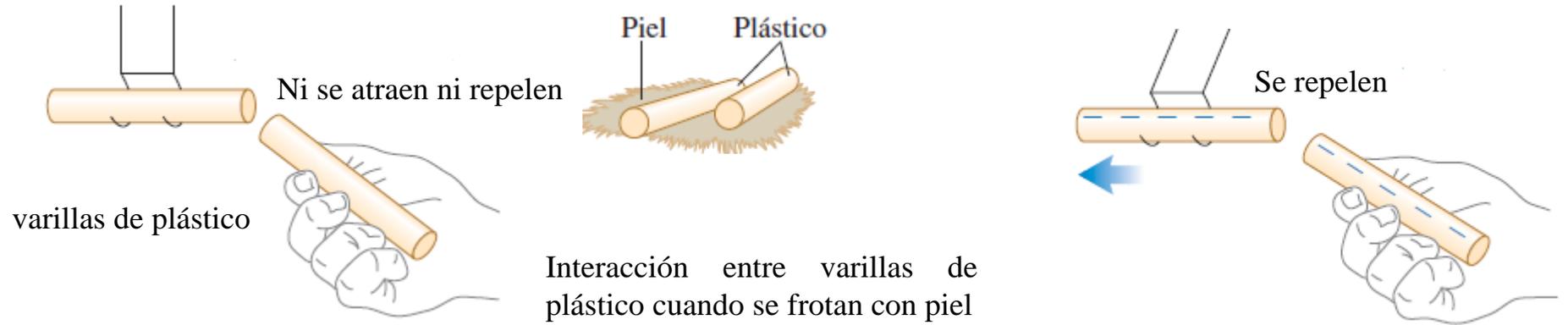


F que surge del intercambio de fotones virtuales

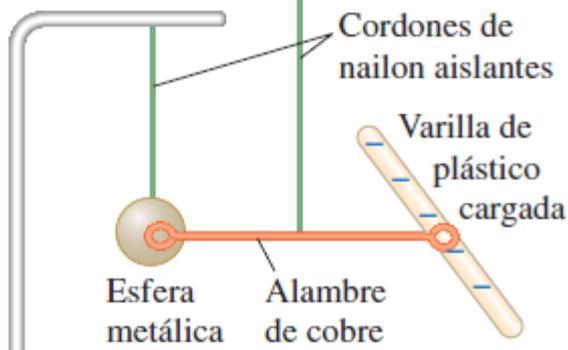
(1918-1988)



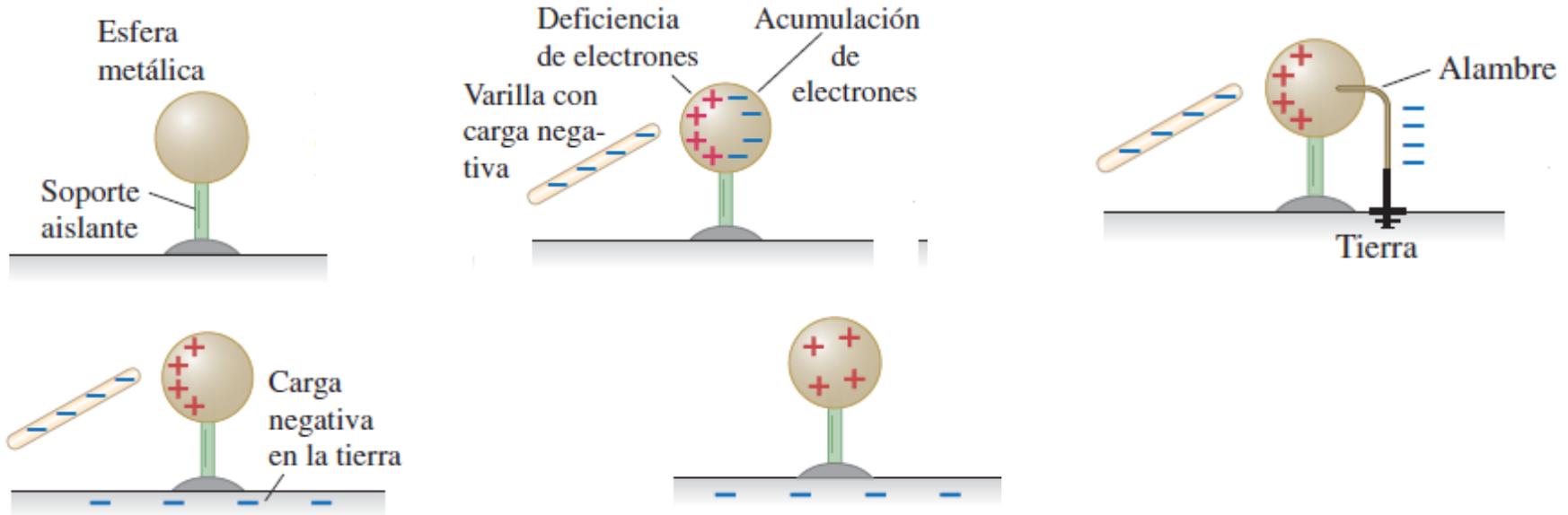
# Electricidad por frotamiento



**Electricidad por contacto:** Cuando un cuerpo cargado eléctricamente se pone en contacto con otro



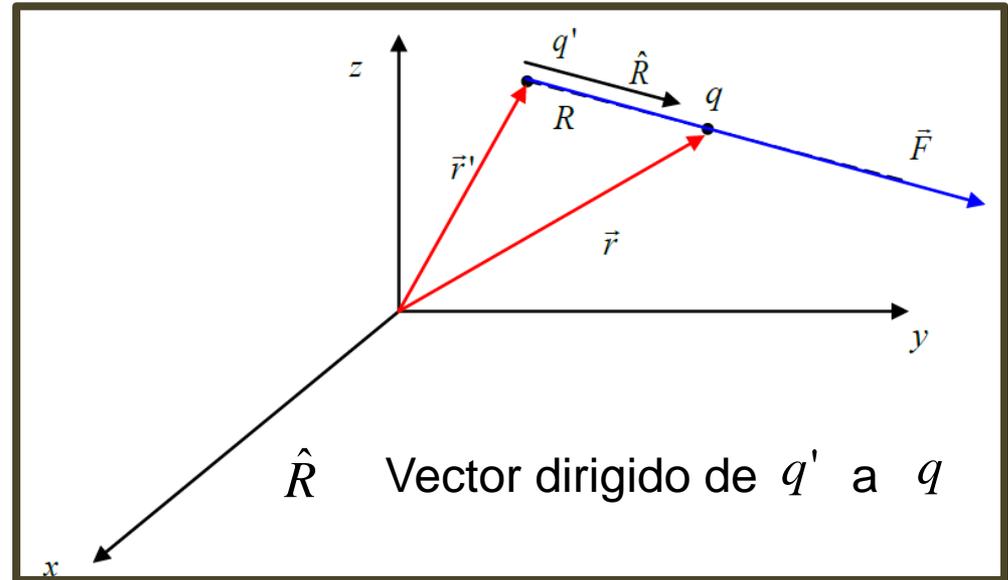
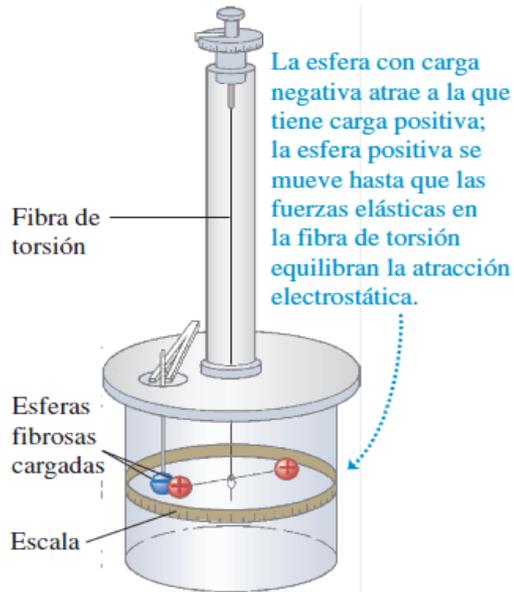
**Electricidad por Inducción:** Consiste en transmitir electrones al cuerpo sin tocarlo



- ❖ El signo de la carga depende de la naturaleza de la superficie aislante y del material utilizado para frotarla
- ❖ Cuando un cuerpo se frota la carga se transfiere de un cuerpo al otro, uno de los cuerpos adquiere un exceso de carga positiva y el otro, un exceso de carga negativa.
- ❖ En cualquier proceso que ocurra en un sistema aislado, la carga total o neta no cambia.

# Ley de Coulomb

a) Balanza de torsión del tipo utilizado por Coulomb para medir la fuerza eléctrica



## Ley de Coulomb

“La fuerza que una carga  $q$ , ejerce sobre otra,  $q'$ , es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa,  $R$ .”

$$\vec{F}_{q' \rightarrow q} = k \frac{q'q}{R^2} \hat{R}_{q'q}$$

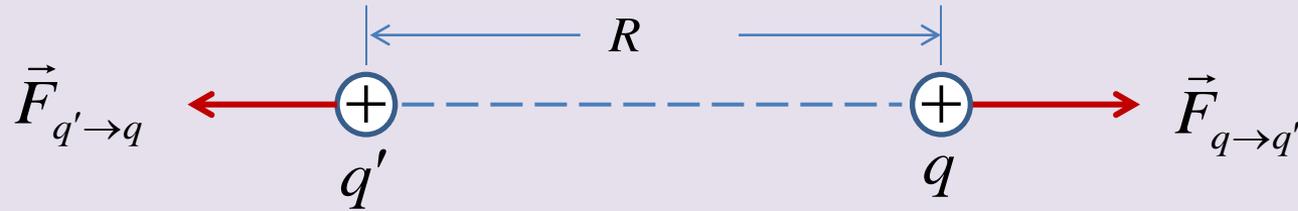
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9874 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Constante eléctrica

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

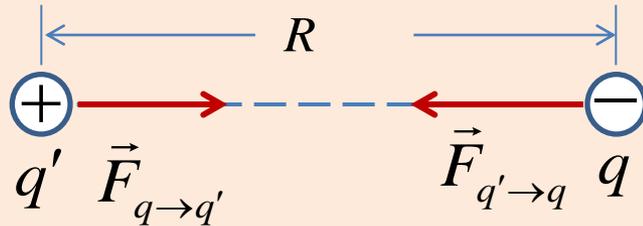
Constante de permitividad del vacío

## Las cargas tienen la misma naturaleza



Cargas del mismo signo se repelen

## Las cargas tienen naturaleza distinta



Cargas de signo contrario se atraen

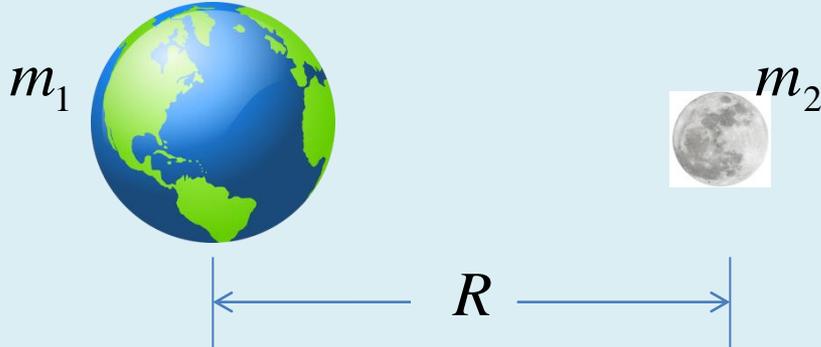
En ambos casos las fuerzas obedecen a la tercera ley de Newton

$$\vec{F}_{q \rightarrow q'} = -\vec{F}_{q' \rightarrow q}$$

# La fuerza eléctrica contra la fuerza gravitatoria

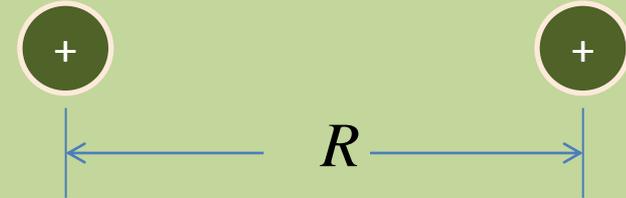
## Analogías y diferencias

### Ley de Gravitación



$$F_g = G \frac{m_i m_j}{R_{ij}^2} \hat{R}_{ij} \quad G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{Kg}^2}$$

### Ley de Coulomb



$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \hat{r}_{ij}$$

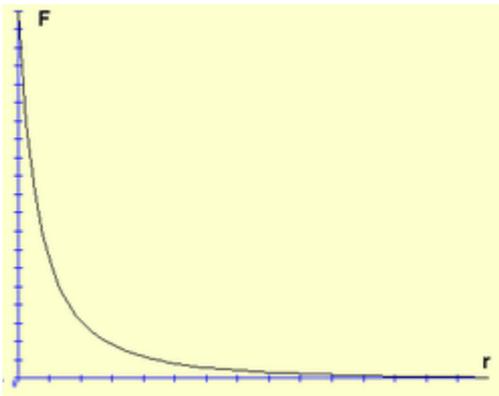


Fig. Fuerza en función de la distancia

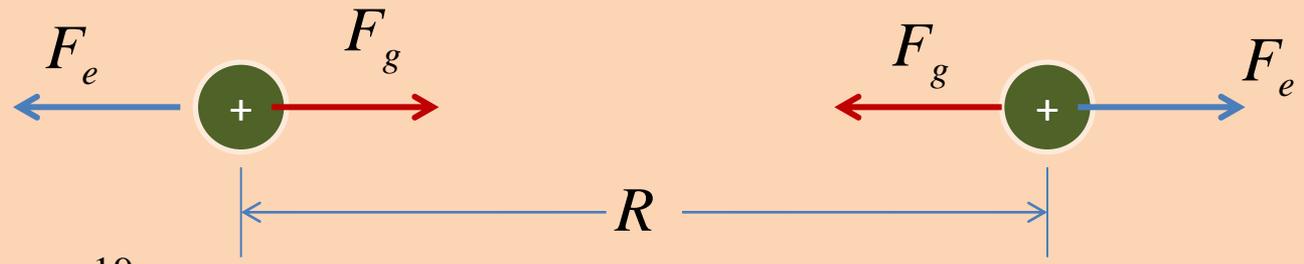
Limitaciones de la Ley de Coulomb

**Cargas estáticas**

**sólo para cargas puntuales *en el vacío*.**

Si hay materia presente entre las cargas, la fuerza neta que actúa sobre cada una se altera.

Compare la fuerza de la repulsión eléctrica entre dos partículas



$$q = 3.2 * 10^{-19} C$$

$$m = 6.64 * 10^{-27} Kg$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

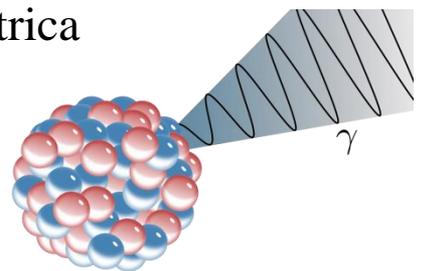
$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{q^2}{m^2}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 3.1 * 10^{35}$$

La fuerza gravitatoria es despreciable en comparación con la fuerza eléctrica

Se cumple para interacciones de partículas atómicas y subatómicas

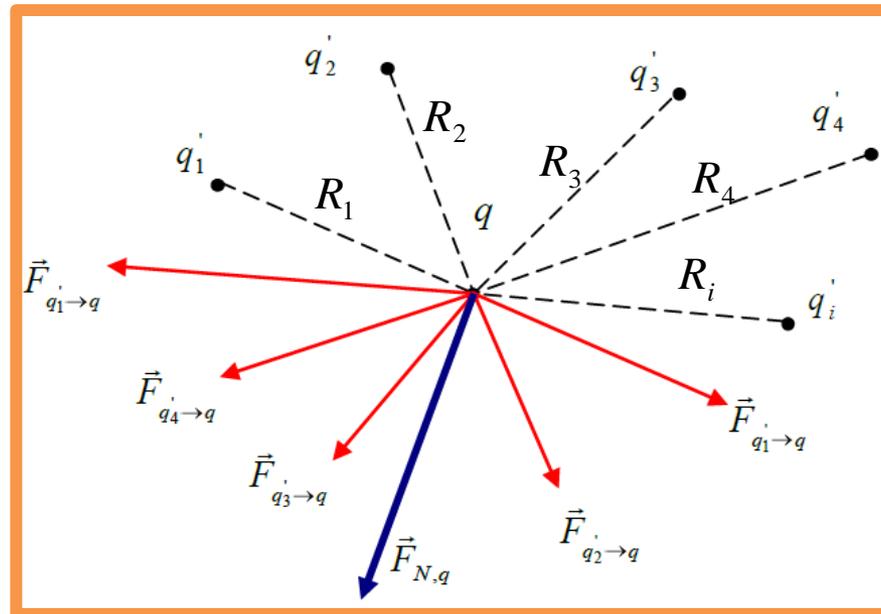


# Ley de Coulomb. Distribuciones discretas de carga

Fuerza neta sobre una carga puntual  $q$  ejercida por otras cargas  $q_i$  colocadas discretamente

Sea la siguiente figura

Principio de superposición



$$\vec{F}_{N,q} = \vec{F}_{q_1 \rightarrow q} + \vec{F}_{q_2 \rightarrow q} + \vec{F}_{q_3 \rightarrow q} + \vec{F}_{q_4 \rightarrow q} + \dots + \vec{F}_{q_i \rightarrow q} = \sum_i k \frac{q_i q}{R_i^2} \hat{R}_i$$

$$\vec{F}_{N,q} = kq \sum_i \frac{q_i}{R_i^2} \hat{R}_i$$

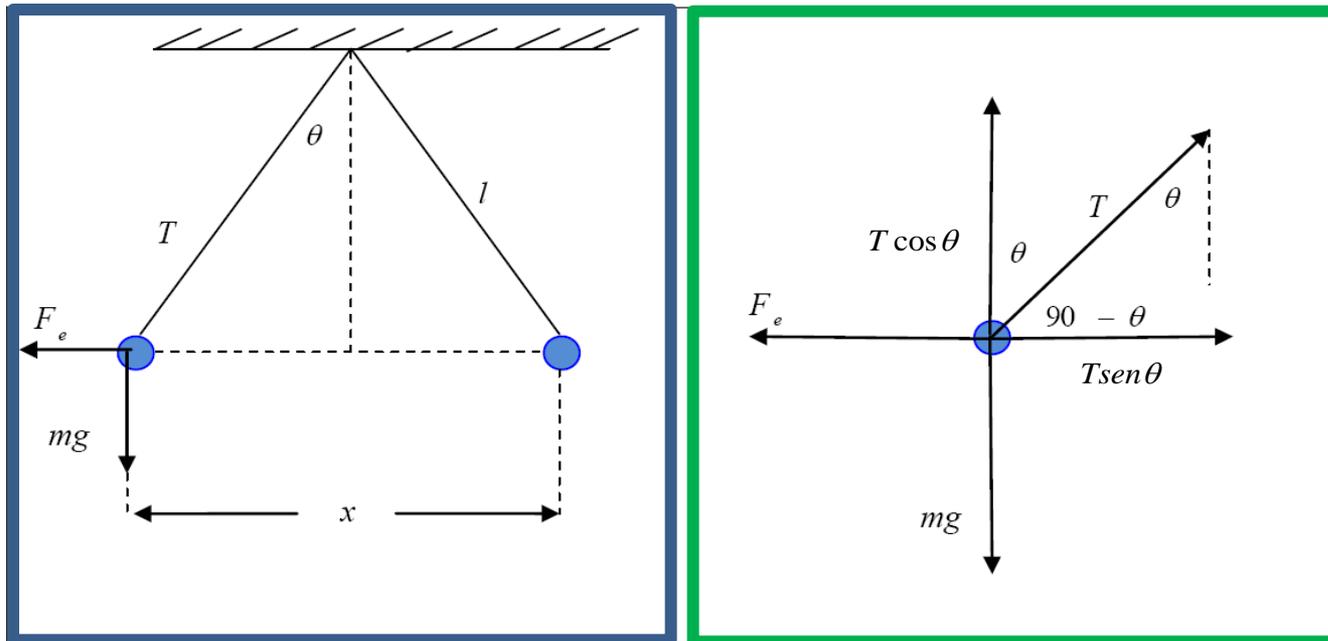
# Ley de Coulomb

## Ejercicio

Calcular la distancia del equilibrio entre las dos esferas de la figura, de masa  $m$ , cargadas con  $q$  culombios, si se supone el ángulo  $\theta$  muy pequeño, y que los hilos que los sujetan no tienen masa. Suponiendo que las esferas pierden carga a razón de  $k(Cs^{-1})$ , con que velocidad relativa se acerca una a otra.

$$\sin(90 - \theta) = \sin 90 \cos \theta - \cos 90 \sin \theta = \cos \theta$$

$$\cos(90 - \theta) = \cos 90 \cos \theta + \sin 90 \sin \theta = \sin \theta$$



$$T \cos \theta - mg = 0 \quad (1) \Rightarrow T \cos \theta = mg \quad (3)$$

$$T \sin \theta - F_e = 0 \quad (2) \Rightarrow T \sin \theta = F_e \quad (4)$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_e}{mg} \Rightarrow F_e = mg \tan \theta$$

Como  $\theta$  es muy pequeño

$$\operatorname{tg} \theta \approx \operatorname{sen} \theta$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{x}{l} = \frac{x}{2l}$$

Según la ley de Coulomb

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} = mg \tan \theta \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} = mg \frac{x}{2l} \Rightarrow 2lq^2 = 4\pi\epsilon_0 x^2 mgx$$

$$2lq^2 = 4\pi\epsilon_0 x^3 \quad x = \left( \frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3} \Rightarrow x = (Cq^2)^{1/3} \quad C = \frac{l}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

**que velocidad relativa con que se acerca una a otra**

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \text{pero también} \quad v = \frac{dx}{dq} \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = k$$

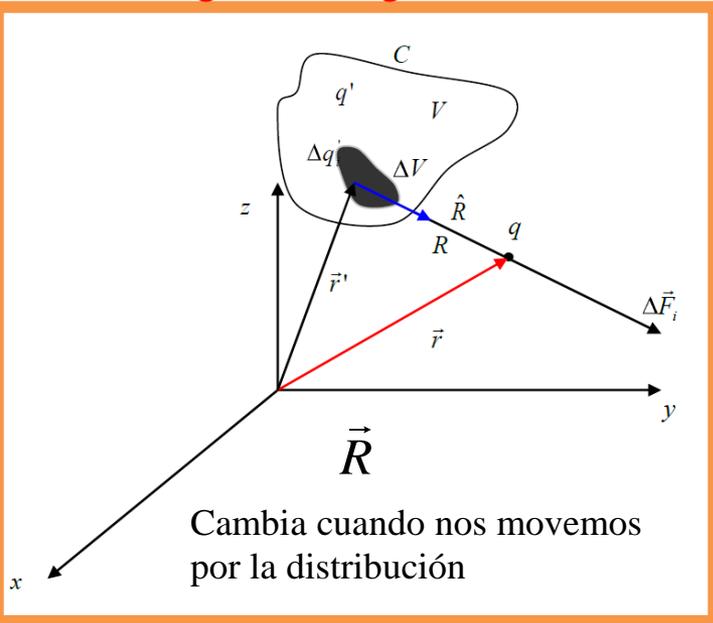
$$\frac{dx}{dq} = \frac{2}{3} \left( \frac{l}{2\pi\epsilon_0 q mg} \right)^{1/3}$$

$$v = \frac{2}{3} k \left( \frac{l}{2\pi\epsilon_0 q mg} \right)^{1/3}$$

# Ley de Coulomb. Distribuciones continuas de carga

Fuerza ejercida por una distribución continua de carga sobre una carga puntual.

Sea la siguiente figura



$\Delta q' = \rho(\vec{R}') \Delta V'$      $\Delta q' \rightarrow$  Carga contenida en un pequeño volumen  $\Delta V'$

Aplicando la Ley de Coulomb

$$\vec{F}_{q \rightarrow q'} = k \frac{q' q}{R^2} \hat{R}$$

La fuerza que ocasiona el pequeño elemento infinitesimal  $\Delta q'$  sobre  $q$  y que está a una distancia  $R$  de  $q$ , es

$$\Delta \vec{F} = k \frac{q \Delta q}{R'^2} \hat{R}' \quad \Delta q' = \rho(\vec{R}') \Delta V'$$

$$\Delta \vec{F} = k \frac{q \rho(\vec{R}') \Delta V'}{R^2} \hat{R}'$$

Para hallar la fuerza total que el cuerpo  $C$  ejerce sobre  $q$ , debemos sumar todas las contribuciones  $\Delta q'_i$  sobre  $q$ . Entonces

$$\Delta \vec{F} = k q \sum \frac{\rho(\vec{R}') \Delta V'}{R'^2} \hat{R}' \quad \Delta V \rightarrow 0 \quad d\vec{F} = k q \frac{\rho(\vec{R}') dV'}{R^2} \hat{R}'$$

$$\vec{F} = k q \int_{vol} \frac{\rho(\vec{R}') dV'}{R'^2} \hat{R}'$$

**Densidad de carga volumétrica**

$$\rho(\vec{R}') = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta q'}{\Delta V'} \quad dq' = \rho(\vec{R}') dV' \quad d\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda' dL'}{R^2} \hat{R}$$

**Densidad de carga superficial**

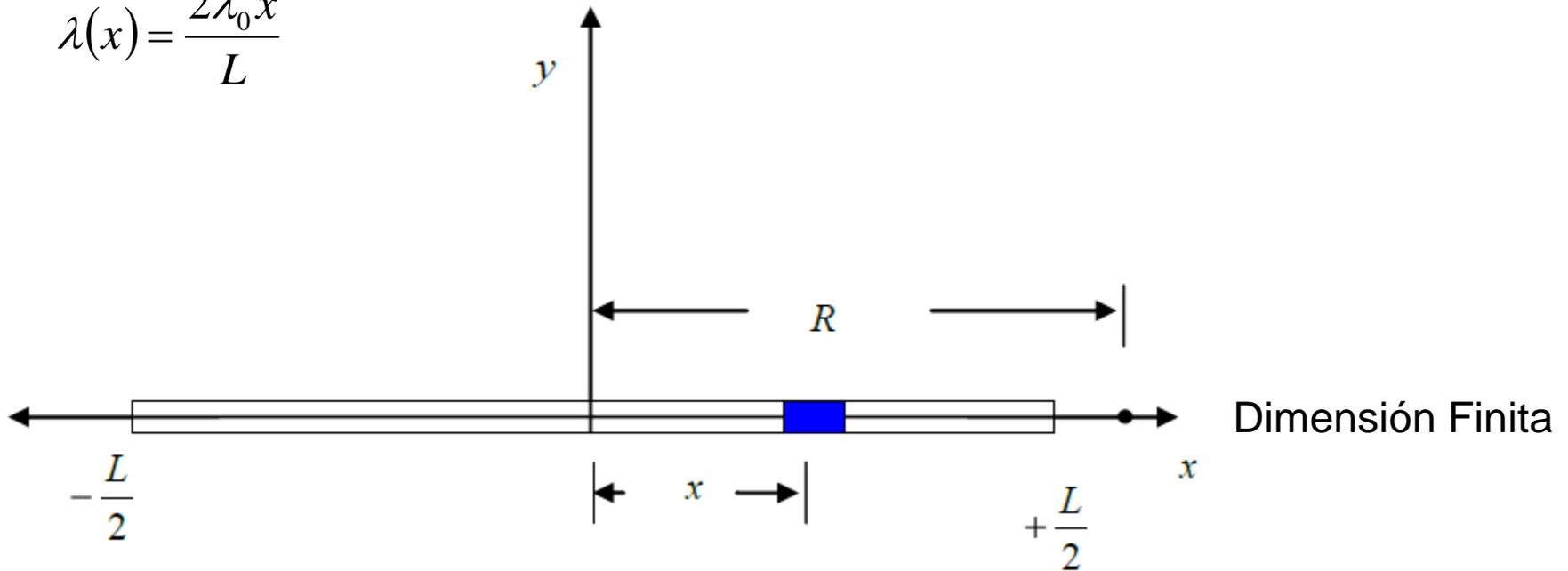
$$\sigma(\vec{R}') = \lim_{\Delta S' \rightarrow 0} \frac{\Delta q'}{\Delta S'} \quad dq' = \sigma(\vec{R}') dS' \quad d\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma' dS'}{R^2} \hat{R}$$

**Densidad de carga lineal**

$$\lambda(\vec{R}') = \lim_{\Delta L' \rightarrow 0} \frac{\Delta q'}{\Delta L'} \quad dq' = \lambda(\vec{R}') dL' \quad d\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho' dV'}{R^2} \hat{R}$$

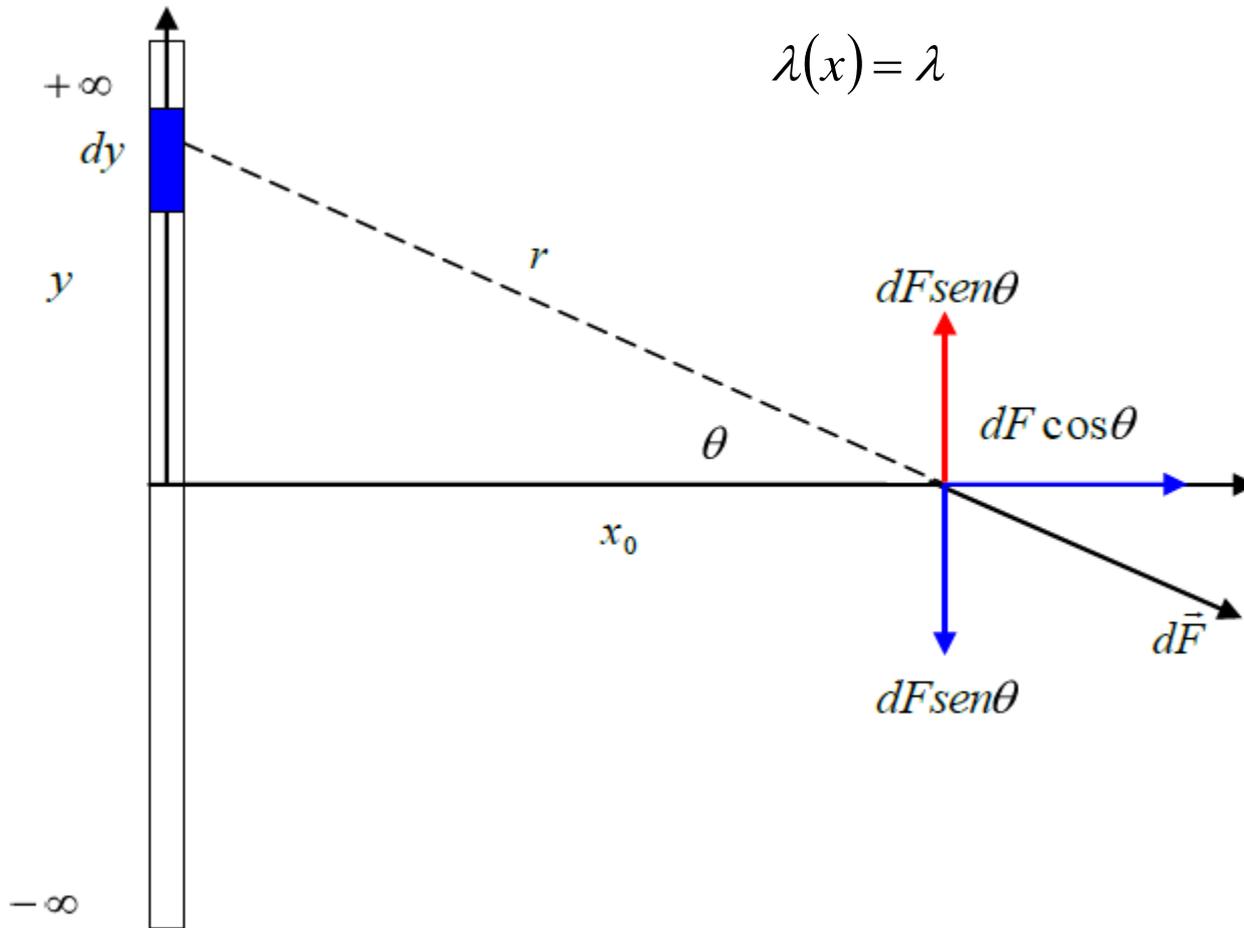
# Ley de Coulomb. Distribuciones continuas

$$\lambda(x) = \frac{2\lambda_0 x}{L}$$



$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 dq}{r^2}$$

$$F = \frac{2q_1\lambda_0}{4\pi\epsilon_0 L} \left\{ \ln \left[ \frac{R - \left(\frac{L}{2}\right)}{R + \left(\frac{L}{2}\right)} \right] + R \left[ \frac{1}{R - \left(\frac{L}{2}\right)} - \frac{1}{R + \left(\frac{L}{2}\right)} \right] \right\} \hat{i}$$



$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 dq}{r^2}$$

$$F_x = \frac{2kq\lambda}{x_0}$$

# Campo Eléctrico

Un cuerpo cargado crea un campo eléctrico en el espacio que lo rodea

a) Los cuerpos A y B ejercen fuerzas eléctricas uno sobre el otro.

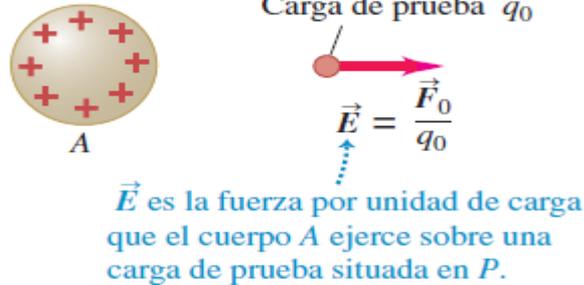


b) Qitemos el cuerpo B ...

... e indiquemos su posición anterior como P.



c) El cuerpo A genera un campo eléctrico  $\vec{E}$  en el punto P.



La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo eléctrico que otros cuerpos cargados originan.

## Definición

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

Unidades

$$\frac{N}{C}$$

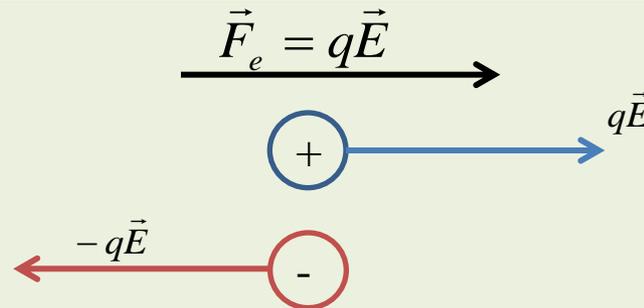
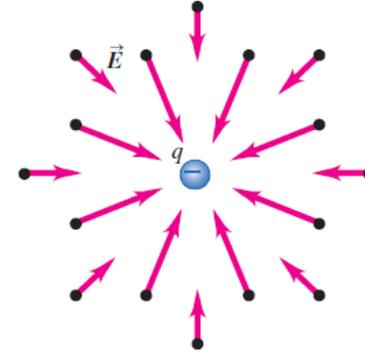
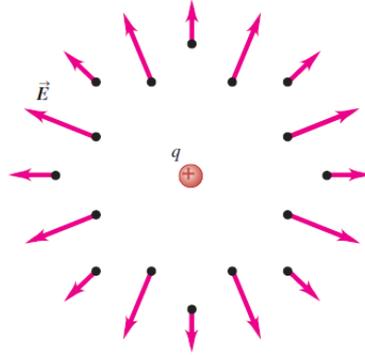


Fig. Sentido de la fuerza producido por un campo eléctrico

# Campo Eléctrico

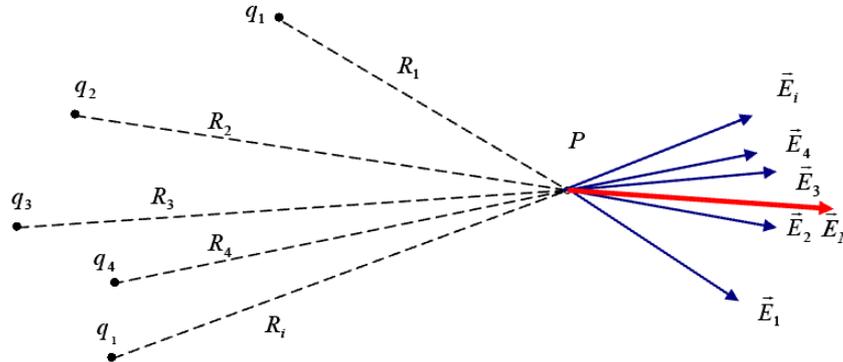
## Campo eléctrico producido por una carga puntual

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



## Campo eléctrico producido por $i$ cargas puntuales en el punto P

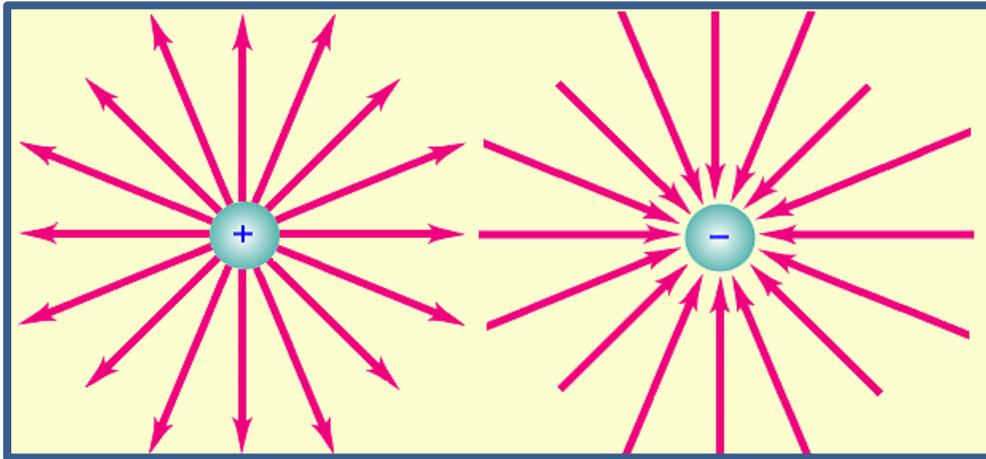
### Esquemáticamente



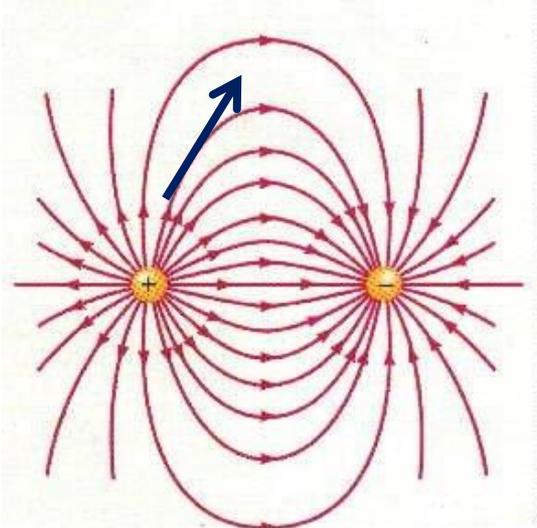
Matemáticamente

$$\vec{E}_N = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots + \vec{E}_i = \sum_i \vec{E}_i$$

# Líneas de campo eléctrico

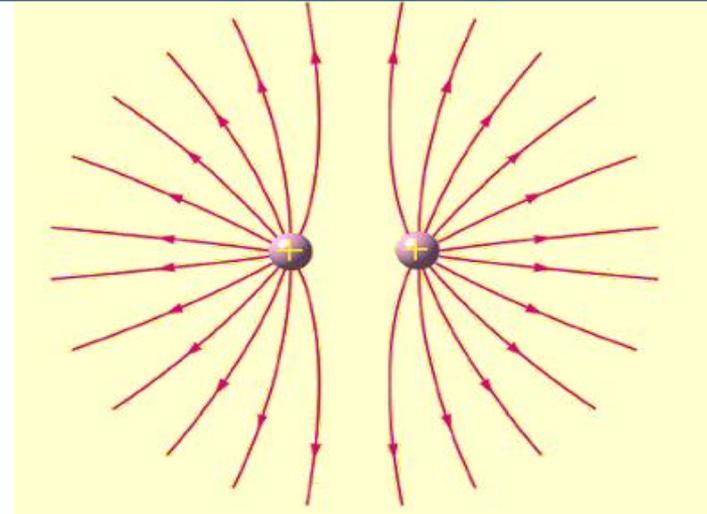


Monopolo



Dipolo

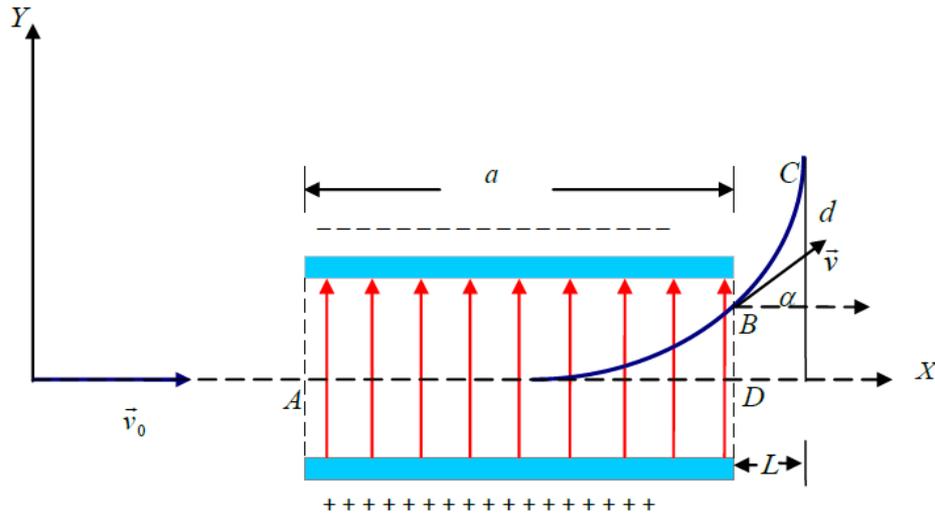
Dos cargas de igual magnitud, una positiva y otra negativa (dipolo eléctrico). Líneas de campo.



Dos cargas positivas de igual magnitud. Líneas de campo.

**El campo eléctrico en cualquier punto es tangente a la línea de campo correspondiente**

# Movimiento de una carga eléctrica en un campo eléctrico uniforme.



La ecuación de movimiento de una carga eléctrica en un

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \vec{F} = q\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

Dinámica y cinemática

$$x = v_0 t \quad y = \frac{1}{2} \left( \frac{q}{m} \right) E t^2$$

$$y = \frac{1}{2} \left( \frac{q}{m} \right) \left( \frac{E}{v_0^2} \right) x^2$$

La desviación  $\alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=a} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{qEa}{mv_0^2}$$

Si se coloca una pantalla, S a una distancia L

$$\frac{qEa}{mv_0^2} = \frac{d}{L}$$

Midiendo  $L, d, a$  y  $E$  Se obtiene  $V_0$  conociendo  $\frac{q}{m}$

Si conocemos  $v_0$  Se obtiene  $\frac{q}{m}$

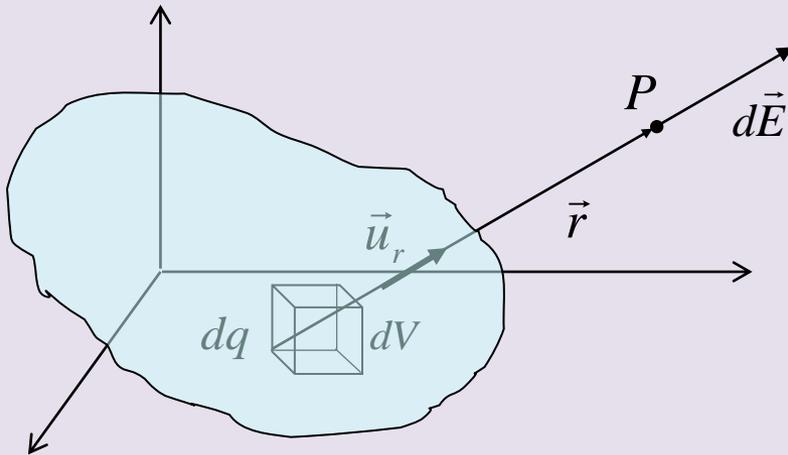
**Analizador de energía**

# Campo eléctrico en distribuciones continuas de carga

Determinar el campo eléctrico producido en un punto por una distribución continua de cargas requiere dividir la distribución en un gran número de partes elementales, determinar el campo asociado a cada una de esas partes y luego sumar las contribuciones de todas ellas.

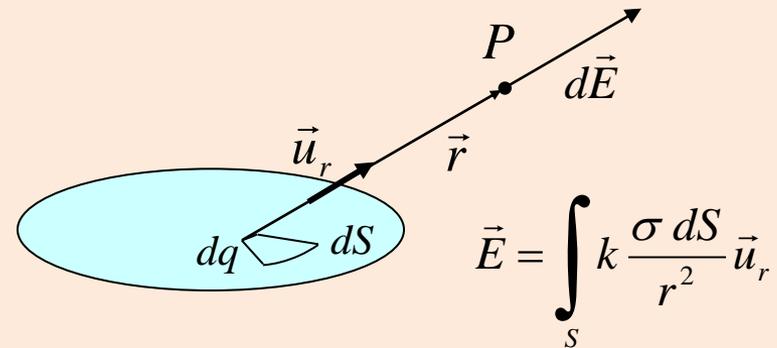
$$d\vec{E} = k \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

Densidad volumétrica de carga (C/m<sup>3</sup>)  $\rho = \frac{dq}{dV}$



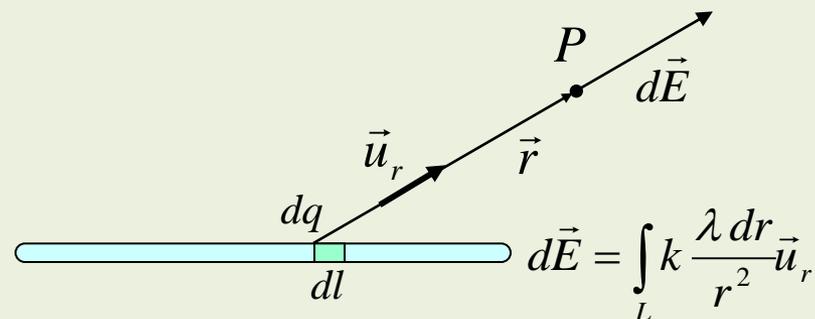
$$d\vec{E} = k \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r \quad \vec{E} = \int_V k \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r$$

Densidad superficial de carga (C/m<sup>2</sup>)  $\sigma = \frac{dq}{dS}$



$$\vec{E} = \int_S k \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{u}_r$$

Densidad lineal de carga (C/m)  $\lambda = \frac{dq}{dr}$



$$d\vec{E} = \int_L k \frac{\lambda dr}{r^2} \vec{u}_r$$

# Potencial eléctrico

Una carga eléctrica colocada en un campo eléctrico tiene energía potencial debido a su interacción con el campo.

Definición  $V = \frac{U}{q}$  unidades  $\frac{J}{C}$

## Potencial eléctrico de una carga puntual      Potencial eléctrico de una distribución continua

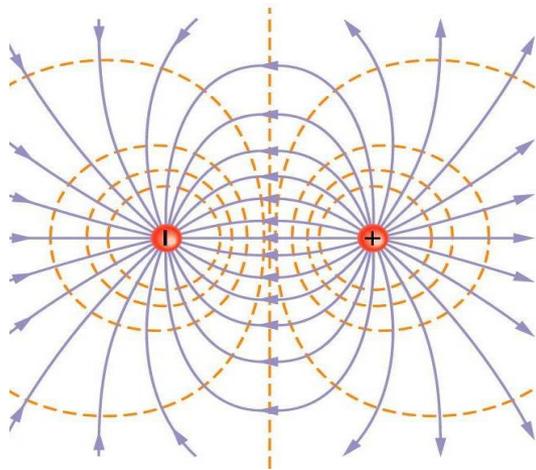
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r}$$

## Potencial eléctrico de varias cargas puntuales

$$V_N = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + \dots + V_i = \sum_i V_i$$

## Campo eléctrico como gradiente de potencial.



El gradiente de un campo escalar es un vector, definido en cada punto del mismo, que indica en qué dirección varía más rápidamente la propiedad escalar.

La dirección de este vector es siempre perpendicular a las líneas equipotenciales, y su sentido es el del crecimiento del valor escalar.

$$\vec{E} = -\text{grad}V$$

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}V = \hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z}$$

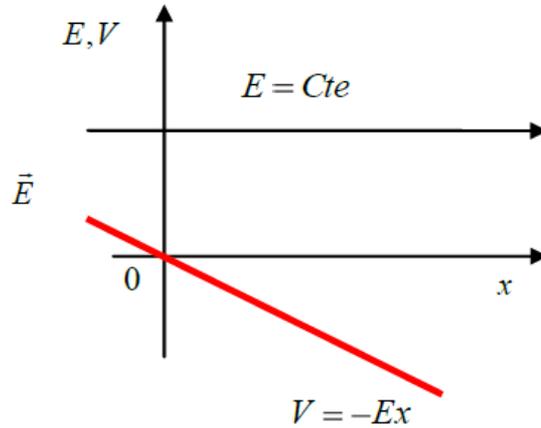
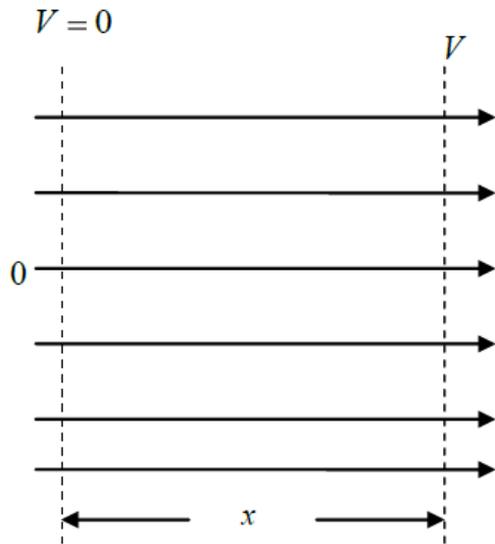
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

**Fig.** Campo eléctrico está dirigido desde las cargas positivas hacia las negativas.

## Campo eléctrico uniforme



Se orienta hacia potenciales decrecientes

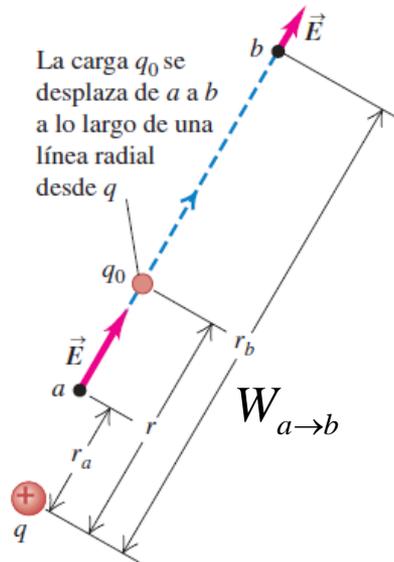
$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad dV = -Edx \quad V = -Ex$$

$$V_1 = -Ex_1 \quad V_2 = -Ex_2 \quad V_2 - V_1 = -Ex_2 + Ex_1 \quad V_2 - V_1 = -E(x_2 - x_1)$$

$$E = -\frac{V_2 - V_1}{d} = \frac{V_1 - V_2}{d}$$

$$E = -\frac{V_2 - V_1}{d} = \frac{V_1 - V_2}{d}$$

# Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales



$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$$

que realiza  $F_r$  sobre  $q_0$  a medida de  $q_0$  se mueve de  $a$  a  $b$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

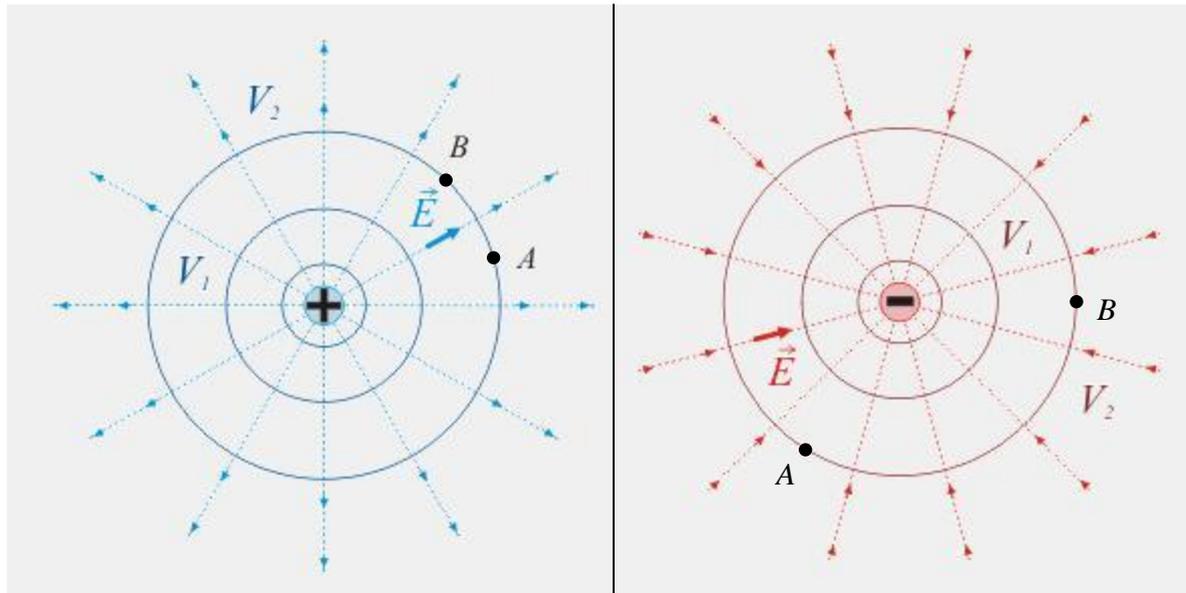
$$U > 0, \quad \begin{array}{l} q > 0 \quad q_0 > 0 \\ q < 0 \quad q_0 < 0 \end{array}$$

$$U < 0, \quad \begin{array}{l} q > 0 \quad q_0 < 0 \\ q < 0 \quad q_0 > 0 \end{array}$$

## Superficies y líneas equipotenciales

Una **superficie equipotencial** está formada por el conjunto de todos los puntos que tienen el mismo valor de potencial en el seno de un campo eléctrico.

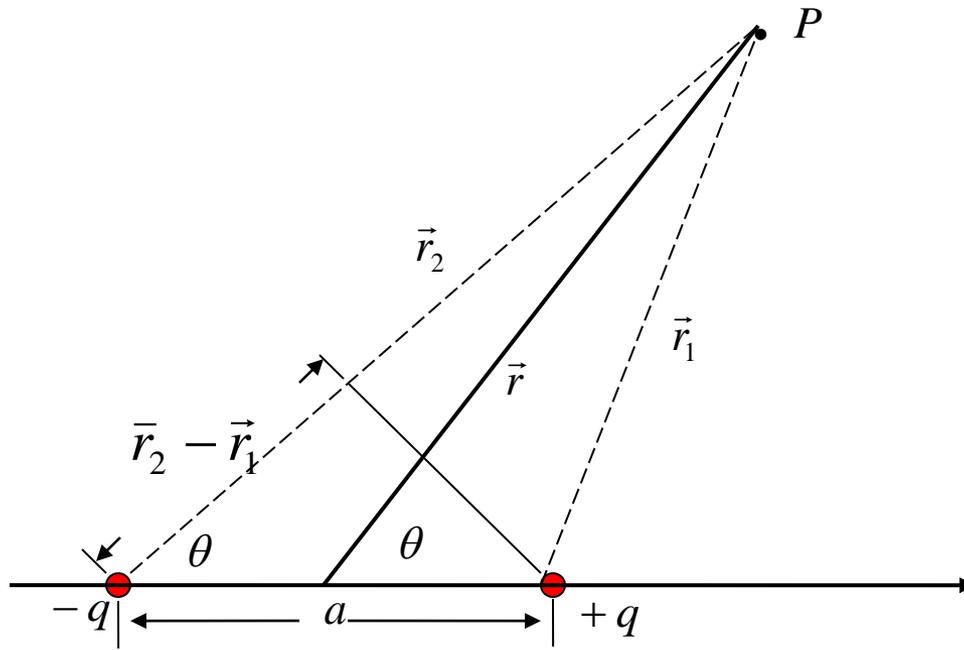
Una **línea equipotencial** es la intersección de una superficie equipotencial con un plano. Obviamente, todos los puntos de una línea equipotencial también tienen el mismo potencial, ya que pertenecen a una misma superficie equipotencial.



$$V = k \frac{Q}{r}$$

Fig. líneas equipotenciales de cargas puntuales aisladas son circunferencias concéntricas alrededor de dichas cargas, ya que el potencial a una distancia  $r$  de una carga puntual aislada es:

# Dipolo Eléctrico



## Dipolo Eléctrico

$$\vec{p} = q\vec{a}$$

$\vec{a} \rightarrow$  Vector desplazamiento orientado de la carga negativa a la positiva

Hallar el potencial eléctrico en  $P$

$$V = V_1 + V_2 \quad V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{r_1} \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{-q}{r_2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}$$

$$\cos \theta = \frac{r_2 - r_1}{a} \quad r_2 - r_1 = a \cos \theta \quad r_1 r_2 = r^2$$

Finalmente

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qa \cos \theta}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

Hallar E

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad E_r = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \quad E_r = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad E_\theta = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \quad E_\theta = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

En general

$$\vec{p} = q_1 \vec{r}_1 + q_2 \vec{r}_2 + q_3 \vec{r}_3 + \dots + q_i \vec{r}_i = \sum q_i \vec{r}_i$$

Siendo dos cargas iguales y opuestas<sup>i</sup>

$$\vec{p} = q_1 \vec{r}_1 - q_2 \vec{r}_2 = q(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = q\vec{a}$$

Tomando el eje  $z$  en la dirección de  $P$

$$p = \sum_i q z_i \quad p = \sum_i q_i r_i \cos \theta_i$$

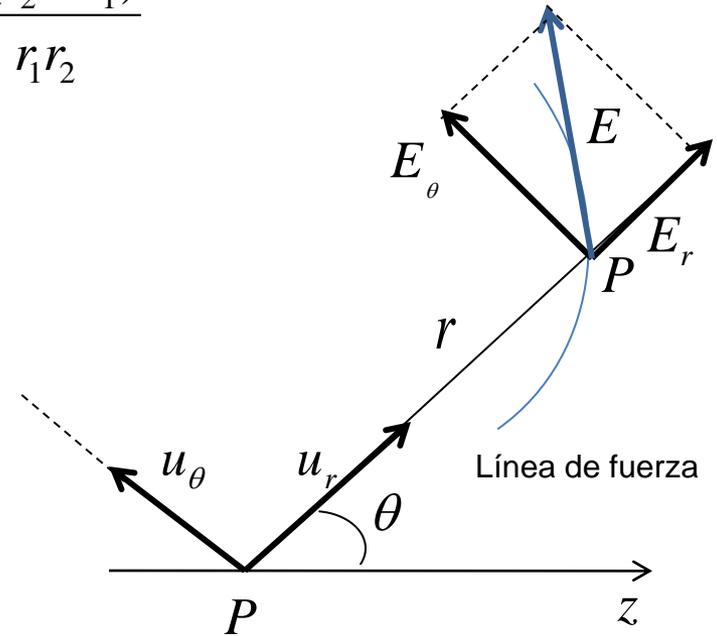
$r_i \rightarrow$  Distancia de cada carga al origen

$\theta_i \rightarrow$  Angulo que  $r_i$  forma con el eje  $z$

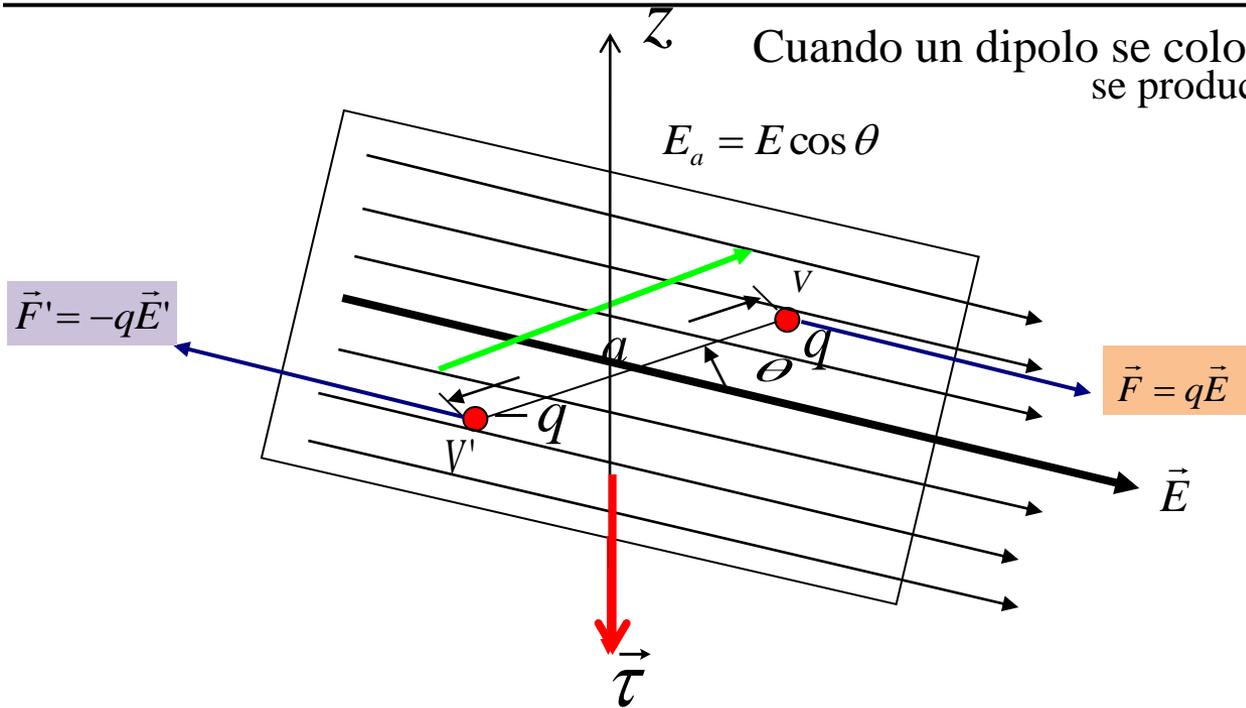
$$z_i = r_i \cos \theta_i$$

En los átomos, el centro de masa de los electrones coincide con el núcleo, y por consiguiente, el promedio del momento bipolar eléctrico del átomo es cero.

$\vec{E}$  Centro de masa de los electrones se desplace  
átomo se ha polarizado



# Dipolo en un campo eléctrico



$$\vec{F} = q\vec{E} - q\vec{E}' = q(\vec{E} - \vec{E}')$$

$$\vec{E} \text{ uniforme} \Rightarrow \vec{F} = 0$$

La energía potencial es

$$E_p = qV - qV' = q(V - V')$$

$$E_p = -qa \left( -\frac{V - V'}{a} \right)$$

$$E_p = -qaE_a = -qaE \cos \theta = -pE \cos \theta$$

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$E_p \quad \theta = 0 \quad \text{Dipolo en equilibrio}$$

El torque de  $\vec{E}$

tiende a alinear al dipolo paralelamente al campo

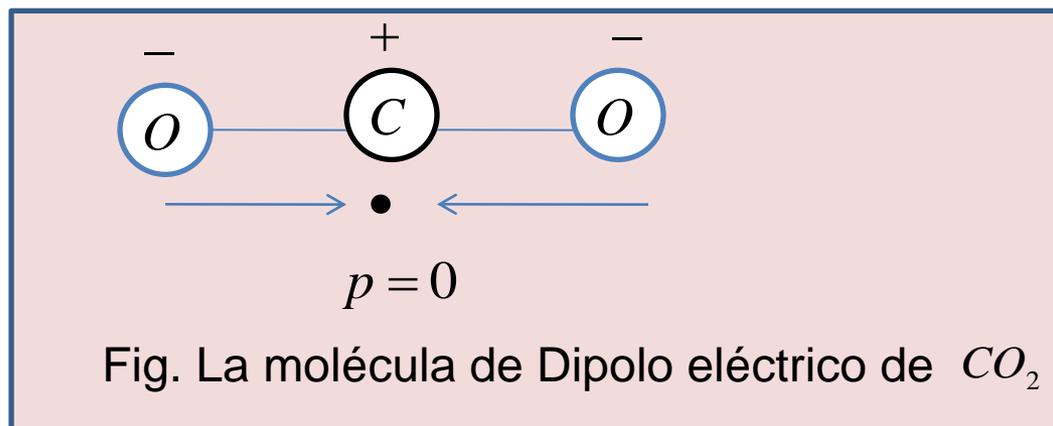
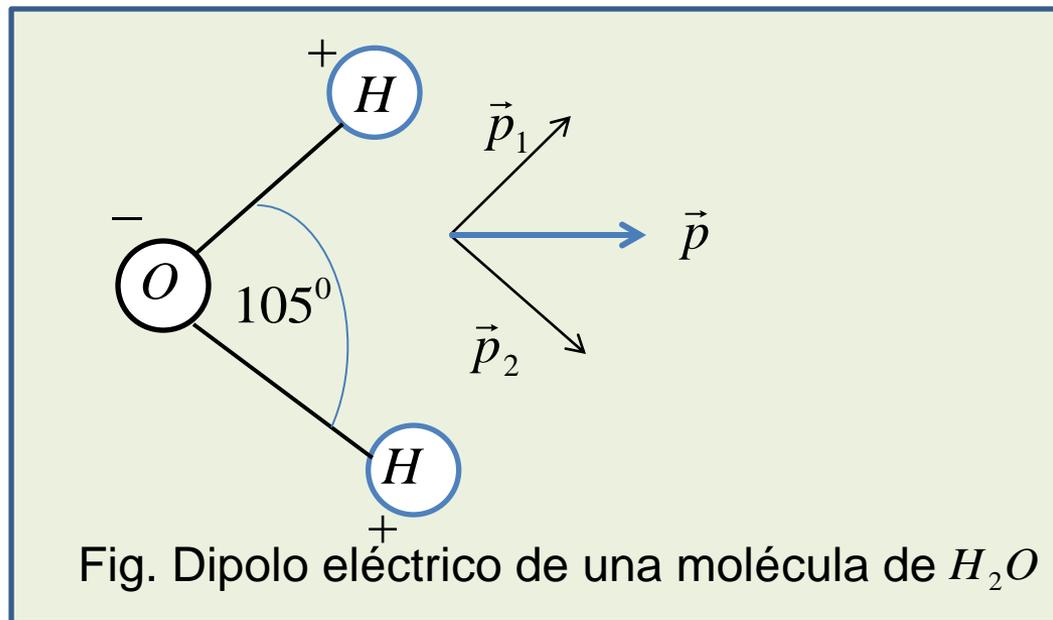
Torque de un dipolo eléctrico

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{a} \times (q\vec{E}) = qa \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\tau_z = -\frac{\partial E_p}{\partial \theta} \quad \tau_z = -pE \sin \theta$$

## Dipolo en un campo eléctrico. Momentos dipolares eléctricos de alguna moléculas

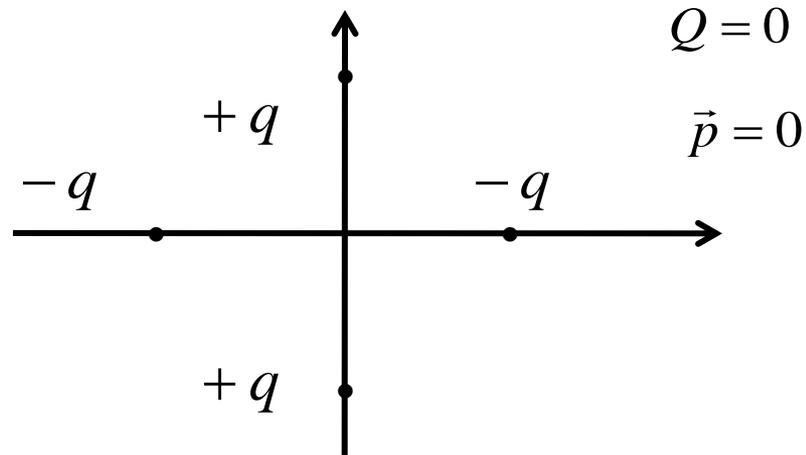
Molécula	$p, mC$
$HCl$	$3.43 \times 10^{-30}$
$HBr$	$2.60 \times 10^{-30}$
$HI$	$1.26 \times 10^{-30}$
$CO$	$0.40 \times 10^{-30}$
$H_2O$	$6.20 \times 10^{-30}$
$H_2S$	$5.3 \times 10^{-30}$
$SO_2$	$5.3 \times 10^{-30}$
$NH_3$	$5.0 \times 10^{-30}$
$C_2H_5OH$	$3.66 \times 10^{-30}$



Entre las moléculas con momento dipolar eléctrico igual a cero están



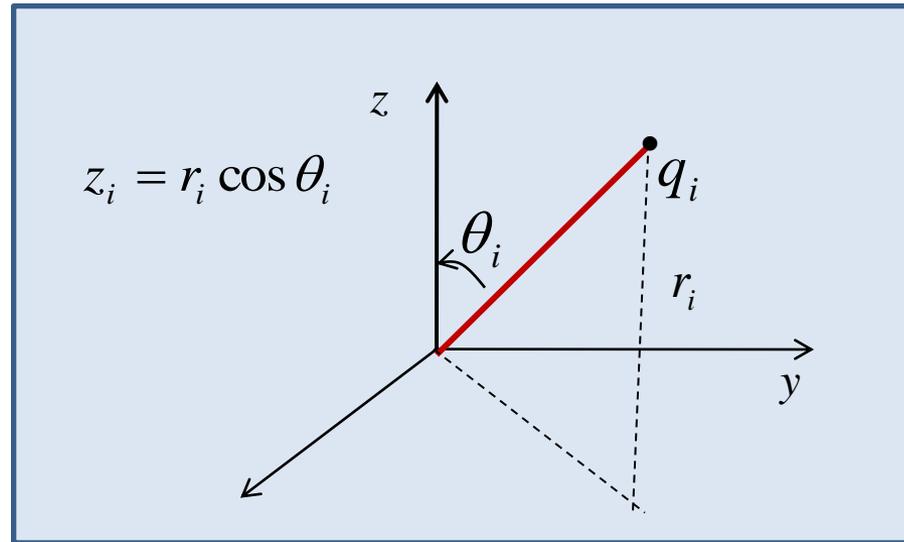
## Multipolos de orden superior



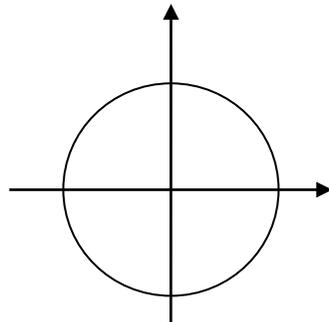
Podemos definir el momento cuadrupolar eléctrico de una distribución de cargas respecto a un eje de simetría, tal como el eje z, de define como

$$Q = \frac{1}{2} \sum_i q_i r_i^2 (3 \cos^2 \theta_i - 1)$$

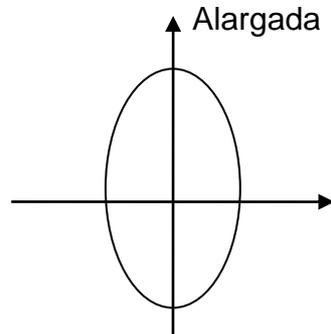
$$Q = \frac{1}{2} \sum_i q_i (3z_i - r_i^2)$$



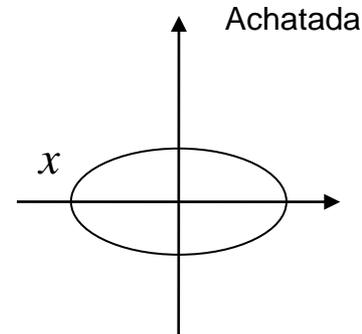
# Cuadruplo eléctrico de distribuciones elipsoidales de carga



$Q=0$



$Q>0$



$Q<0$

Carga puntual  $\left\{ \begin{array}{l} V \text{ varía } r^{-1} \\ E \text{ varía } r^{-2} \end{array} \right.$

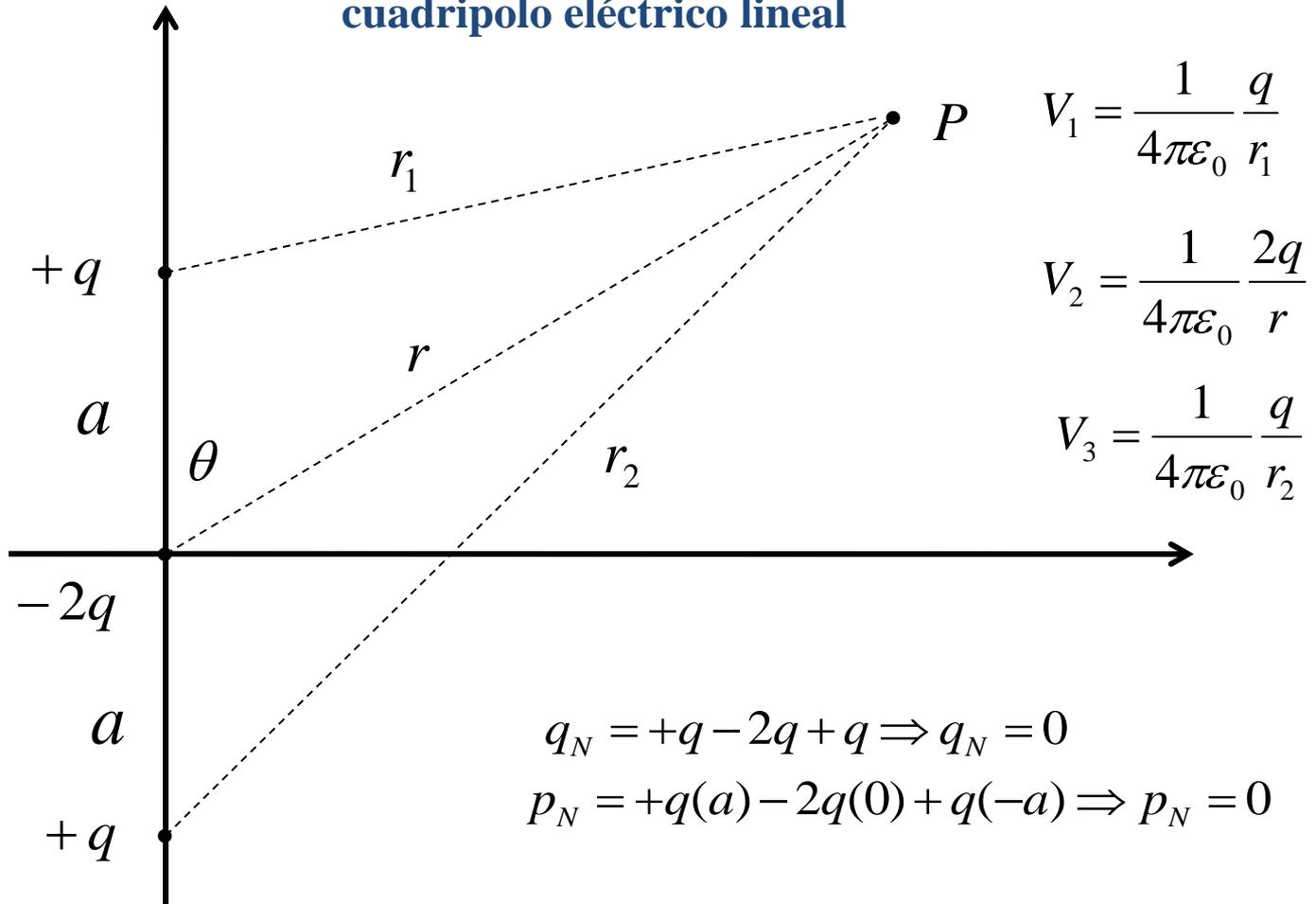
Dipolo  $\left\{ \begin{array}{l} V \text{ varía } r^{-2} \\ E \text{ varía } r^{-3} \end{array} \right.$

Cuadrupolo  $\left\{ \begin{array}{l} V \text{ varía } r^{-3} \\ E \text{ varía } r^{-4} \end{array} \right.$

**El momento cuadrupolar eléctrico da el grado en que una distribución de cargas se aparta de la forma esférica.**

Cuanto mas alto sea el orden de multipolo, menor es el alcance dentro del cual el campo eléctrico tiene efectos observables

Calcular el potencial eléctrico para la distribución de cargas de la figura, llamado **cuadripolo eléctrico lineal**



**El potencial en el punto P**

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_1} - \frac{2}{r} + \frac{1}{r_2} \right]$$

Finalmente

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} + \frac{a \cos \theta}{r^2} + \frac{a^2}{2r^3} (3 \cos^2 \theta - 1) - \frac{2}{r} + \frac{1}{r} - \frac{a \cos \theta}{r^2} + \frac{a^2}{2r^3} (3 \cos^2 \theta - 1) \right]$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{a^2}{r^3} (3 \cos^2 \theta - 1) \right]$$

$$V = qa^2 \frac{3 \cos^2 - 1}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

El momento cuadrupolar será

$$Q = \frac{1}{2} \sum_i q_i r_i^2 (3 \cos^2 \theta_i - 1) \quad \theta_i = 0$$

$$Q = \frac{1}{2} \left\{ q(3a^2 - a^2) - 2q(0) + q[3(-a)^2 - a^2] \right\}$$

$$Q = \frac{1}{2} 4qa^2 \quad Q = 2qa^2$$

$$V = qa^2 \frac{3 \cos^2 - 1}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$V = \frac{2}{2} qa^2 \frac{3 \cos^2 - 1}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$V = Q \frac{3 \cos^2 - 1}{(2)4\pi\epsilon_0 r^3}$$

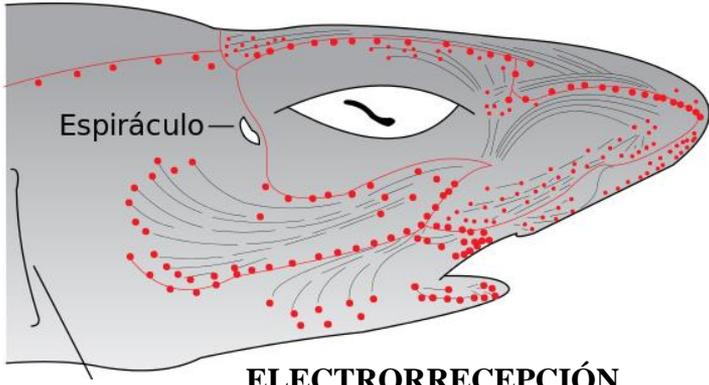
Potencial del cuadrupolo lineal

En la naturaleza.....

# Campo eléctrico

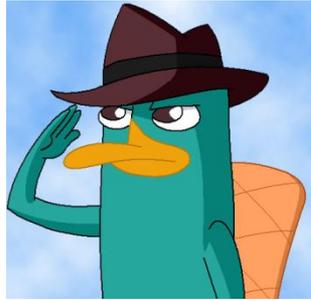
En la materia.....

detectar los campos electromagnéticos



## ELECTORRECEPCIÓN

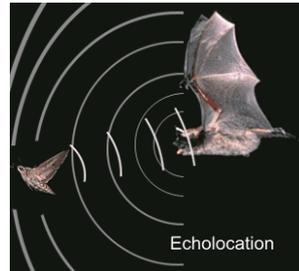
Ampollas de Lorenzini (tiburones, rayas ).



visión ultravioleta



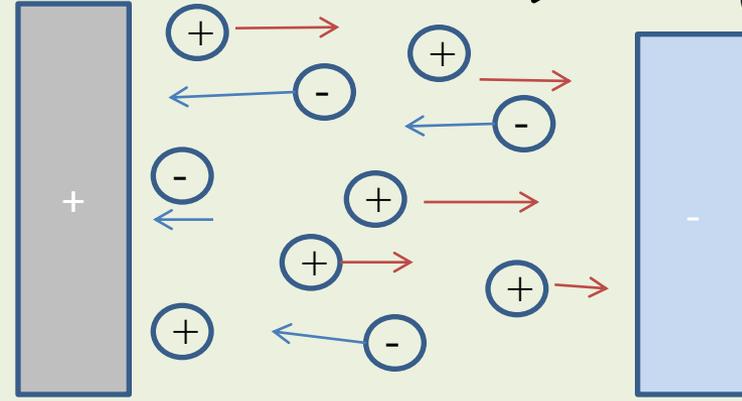
Ecolocalización



Ánodo

Campo eléctrico

Cátodo



Electrolisis. Los iones se mueven bajo la acción del campo eléctrico producido por los electrodos cargados

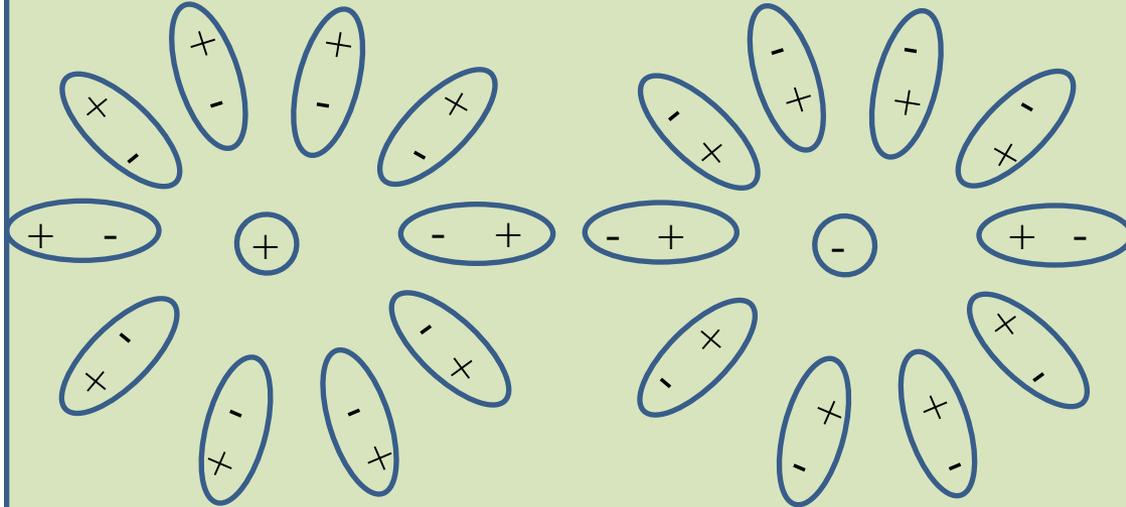


Fig. Efecto de la polarización de un ion en solución

**Definición**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

**Campo eléctrico para una carga puntual  $q$**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

**Campo eléctrico creado por  $i$  cargas en  $P$**

$$\begin{aligned} \vec{E}_N &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots + \vec{E}_i \\ &= \sum_i \vec{E}_i \end{aligned}$$

**Campo eléctrico producido por una DC**

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

**Definición**

$$V = \frac{E_p}{q_0}$$

**Campo eléctrico para una carga puntual  $q$**

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

**Potencial eléctrico creado por  $i$  cargas en  $P$**

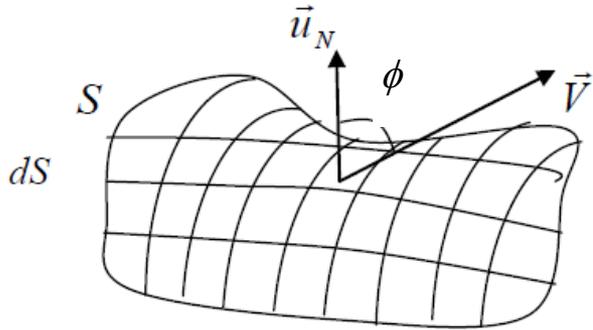
$$\begin{aligned} V_N &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + \dots + V_i \\ &= \sum_i V_i \end{aligned}$$

**Potencial eléctrico producido por una DC**

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r}$$

# Ley de Gauss

## Flujo de un campo vectorial



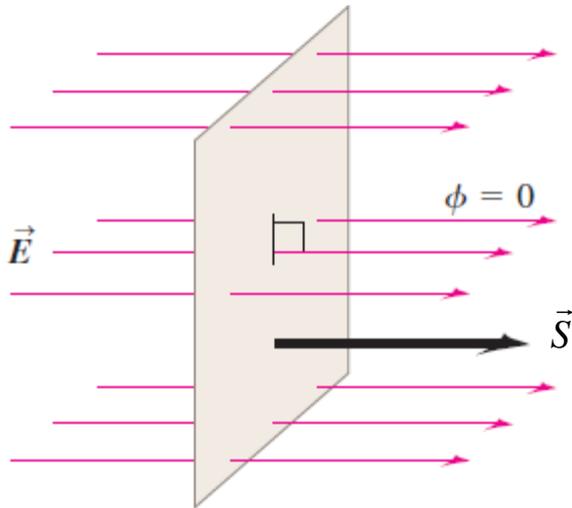
$$\Phi = \oint V \cos \phi dS = \oint_S \vec{V} \cdot \vec{u}_N dS$$

## Flujo eléctrico

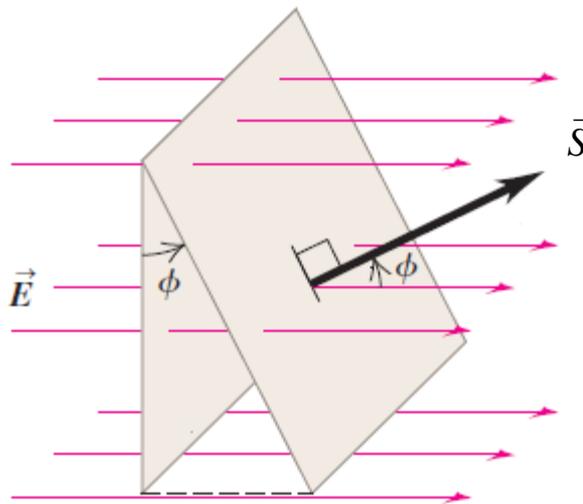
$$\Phi = \oint E \cos \phi dS = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS$$

## Flujo de un campo eléctrico uniforme

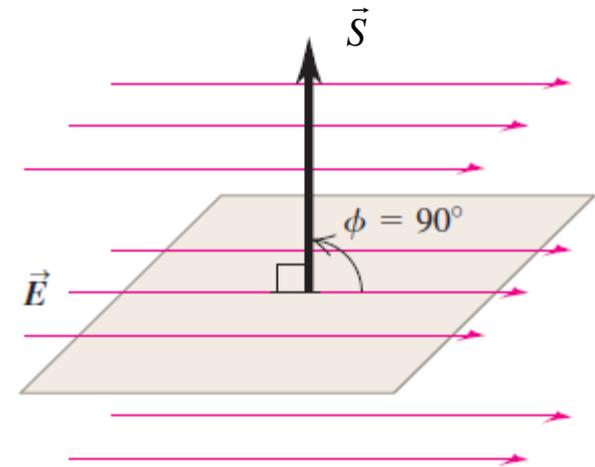
$$\Phi_E = ES \cos \phi$$



$$\Phi_E = ES$$



$$\Phi_E = ES \cos \phi$$



$$\Phi_E = 0$$

# Superficie gaussianas

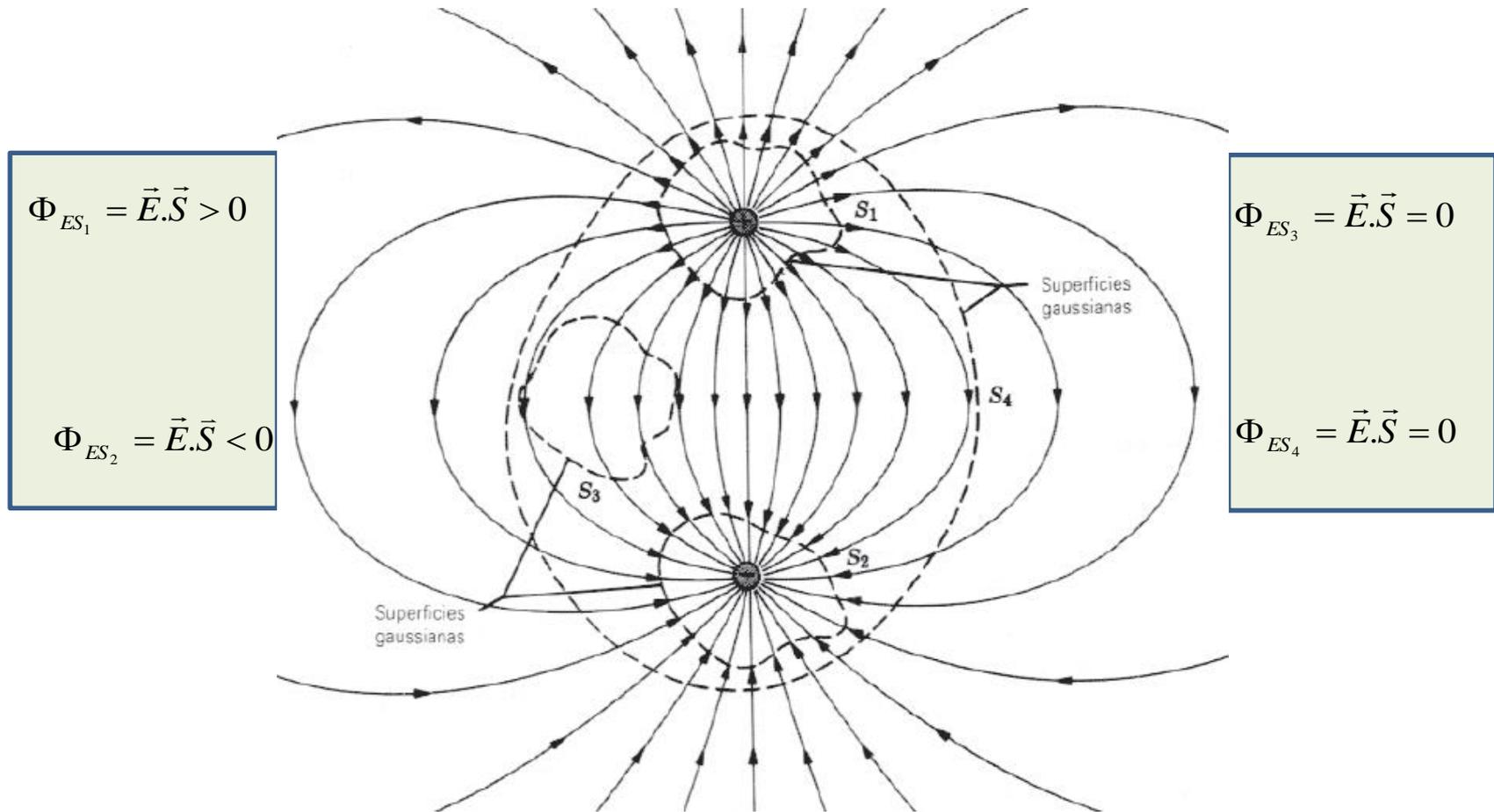
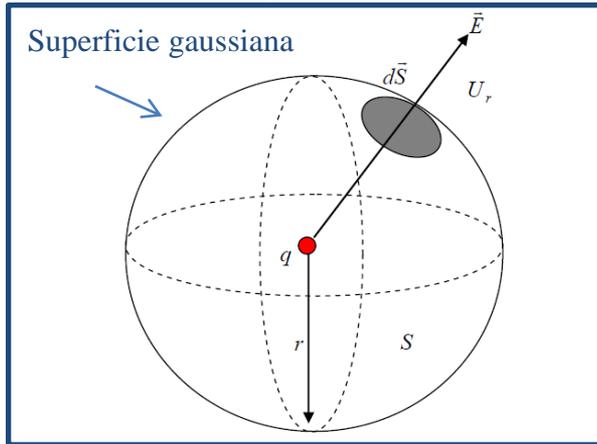


Fig. Dos cargas iguales y opuestas y las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico en su vecindad. Se muestran las secciones transversales de cuatro superficies gaussianas cerradas.

# Ley de Gauss y ley de Coulomb

Sea una carga puntual  $q$ , calculemos el flujo de su campo eléctrico  $\vec{E}$  a través de una superficie esférica con centro en la carga

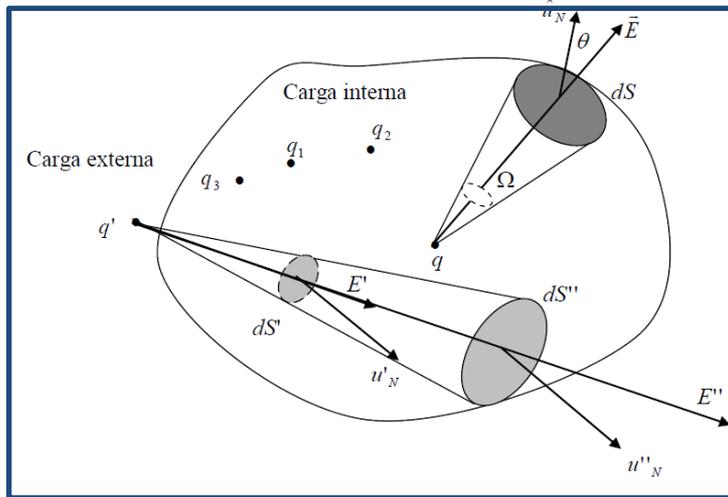


$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N dS \quad \Phi_E = ES$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{u}_r \quad \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} (4\pi r^2)$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Ley de Gauss}$$

## Campo eléctrico producido por la carga en un punto de la superficie arbitraria

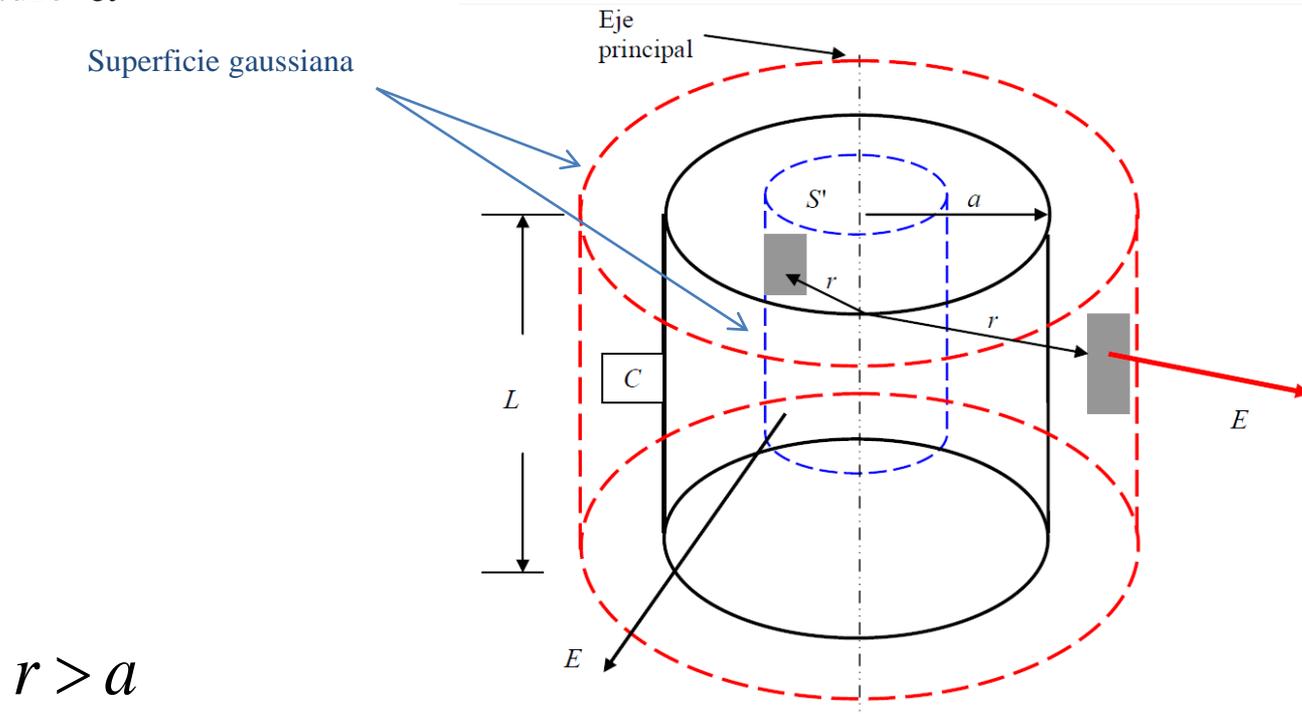


$$\Phi_E = \oint_S E dS \cos \theta$$

$$\Phi_E = \oint_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dS \cos \theta \quad \Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S d\Omega \quad \Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots$$

Hallar el campo eléctrico producido por una distribución cilíndrica de carga de longitud Infinita de radio  $a$



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS \cos 0 = E \oint_S dS = E 2\pi r L$$

$$E 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad E = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 r L}$$

$$Q = \lambda L \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\lambda L}{2\pi \epsilon_0 r L}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

*“El campo eléctrico en puntos externos a una distribución cilíndrica de carga de longitud infinita es el mismo que si toda la carga estuviera distribuida a lo largo de su eje”*

$$r < a$$

Tenemos dos posibilidades

- ❖ La carga esta distribuida en la superficie del cilindro, no hay carga en el interior de , y por tanto

$$E2\pi rL = 0 \quad E = 0$$

**“Cuando la carga esta distribuida sobre la superficie de un cilindro, el campo eléctrico en sus puntos interiores es nulo”**

- ❖ La carga esta distribuida en la superficie uniformemente sobre todo el volumen del cilindro C, y por tanto

$$q' = \lambda L \frac{r^2}{a^2}$$


Carga dentro de la superficie  $S'$

$$E2\pi rL = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$E2\pi rL = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \frac{r^2}{a^2}$$

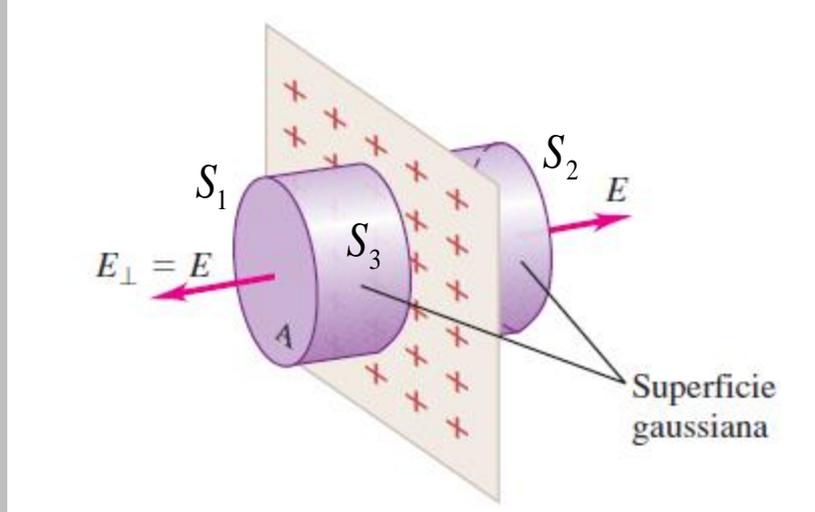


$$E = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2}$$

**“el campo eléctrico en un punto interior a un cilindro cargado de longitud infinita es proporcional a la distancia del punto al eje”**

# Hallar el campo eléctrico producido por

Carga distribuida uniformemente sobre un plano



$\Phi_E \rightarrow$  Tiene tres términos

Flujo a través de  $S_1$      $\Phi_1 = +ES$

Flujo a través de  $S_2$      $\Phi_2 = +ES$

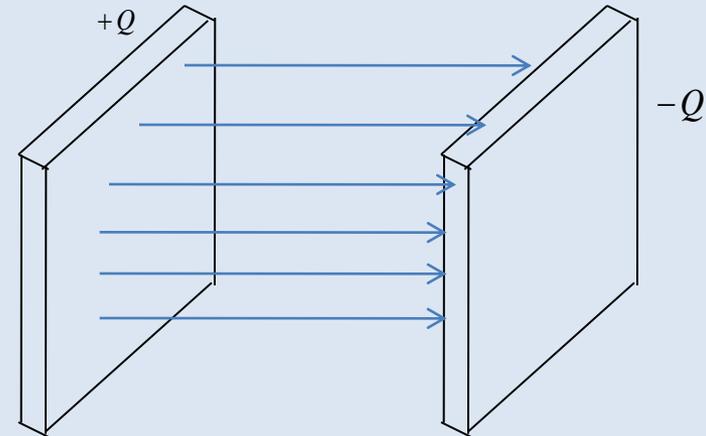
Flujo a través de la parte lateral  $S_3$      $\Phi_L = 0$

$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$V = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x$$

Dos planos paralelos con cargas iguales y opuestas



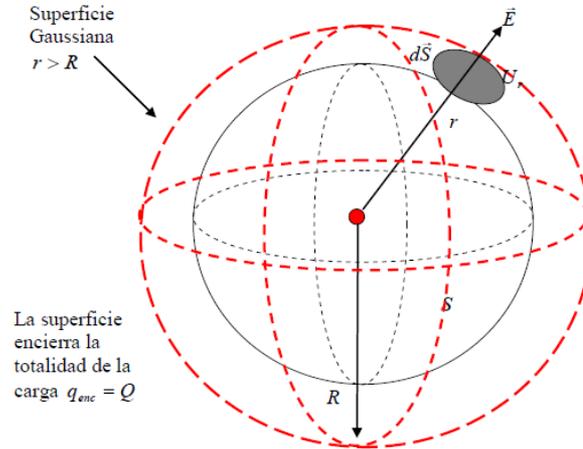
En a región fuera de los planos hay campos eléctricos iguales en modulo y dirección pero en sentidos opuestos.

$$\vec{E} = 0$$

La región entre los planos, los campos tiene la misma dirección, y el campo resultante es dos veces mayor que el de un solo plano.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Hallar el campo eléctrico producido por una distribución esférica de carga de radio



Estudiemos el caso  $r > R$  (fuera de la esfera, se empleará la superficie gaussiana de color rojo)

Se encuentra que la carga en el interior de la superficie  $S$  es  $Q$  de la esfera

$$\Phi_E = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Igual al de una carga puntual

*“El campo eléctrico producido por una esfera cargada en puntos fuera de ella es igual al que produciría si toda su carga estuviera concentrada en su centro”*

$$r < R$$

Hay dos posibilidades

- ✓ La carga esta en la superficie de la esfera, la carga esta en el interior es cero y por lo tanto

$$E = 0$$

*“Cuando la carga esta distribuida en la superficie de la esfera el campo eléctrico en los puntos internos de la esfera es nulo”*

- ✓ Si la carga esta distribuida en todo su volumen

$$Q_{enc} = \rho V_{enc}$$

La densidad de carga volumétrica  $\rho$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

El volumen encerrado por la superficie Gaussiana es

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

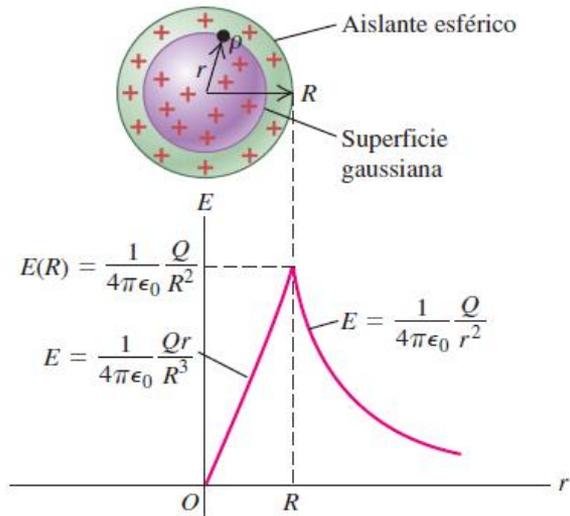
De acuerdo a la Ley de Gauss

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$
$$Q_{enc} = Q \frac{r^3}{R^3} \quad \rightarrow \quad E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \frac{r^3}{R^3}$$

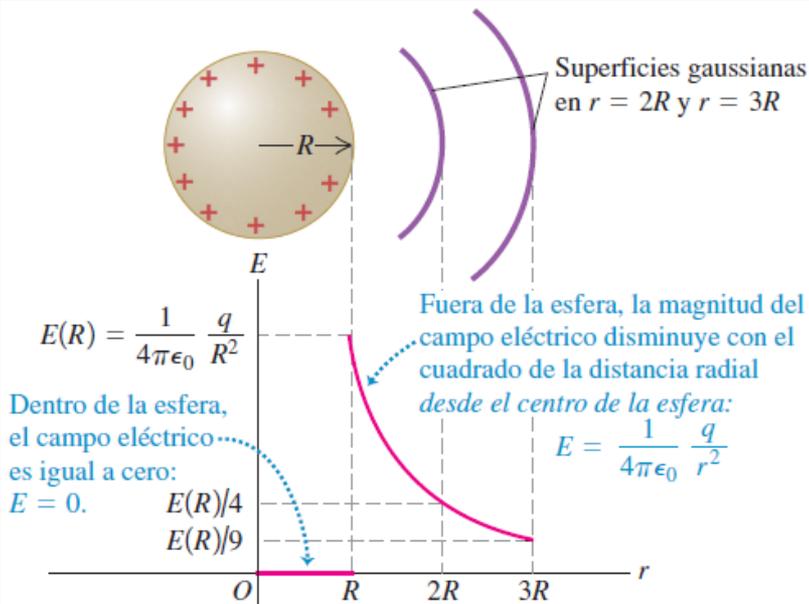
$$E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

***“El campo eléctrico en los puntos internos de una esfera uniformemente cargada es directamente proporcional a la distancia del punto al centro de la misma”***

Magnitud del campo eléctrico de una esfera aislante con carga uniforme. Compare esto con el campo de una esfera conductora (figura 22.18).



Magnitud del campo eléctrico de una esfera aislante con carga uniforme

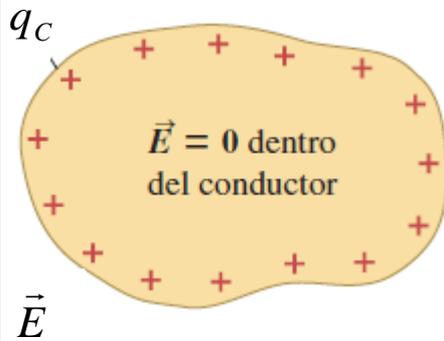


Magnitud del campo eléctrico de una esfera conductora

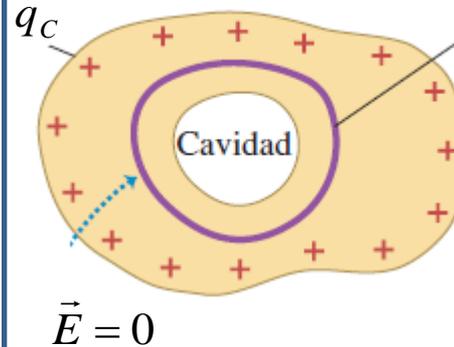
## Cargas en conductores

### Campo eléctrico dentro de un conductor con carga.

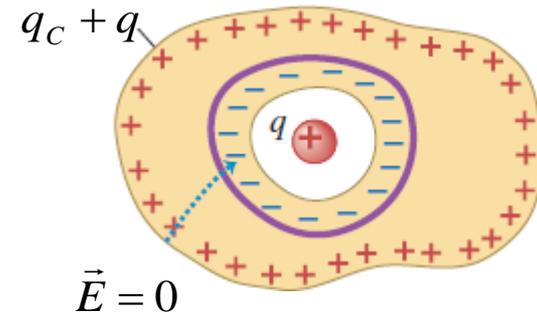
Conductor sólido con carga



El mismo conductor con una cavidad interna



Se coloca en la cavidad una carga aislada  $q$



### Prueba experimental de la ley de Gauss

#### Teorema:

Una carga en exceso en un conductor aislado se traslada por completo a la superficie exterior del conductor. Ninguna de las cargas en exceso se encuentra en el interior del cuerpo cargado

Si no fuese así, el campo ejercería una fuerza sobre los electrones de conducción que están presente en cualquier conductor, y se generarían corrientes internas.

**Nunca visto en un conductor aislado**

Si  $\vec{E} = 0$  en todas partes del conductor, debe ser cero en todos los puntos de la superficie gaussiana

## Ley de Gauss en forma diferencial

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

## Ley de Gauss en función del potencial eléctrico

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial V}{\partial x} \right) = -\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$$

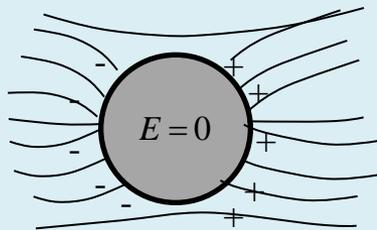
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

### Ecuación de Poisson

$\rho = 0$

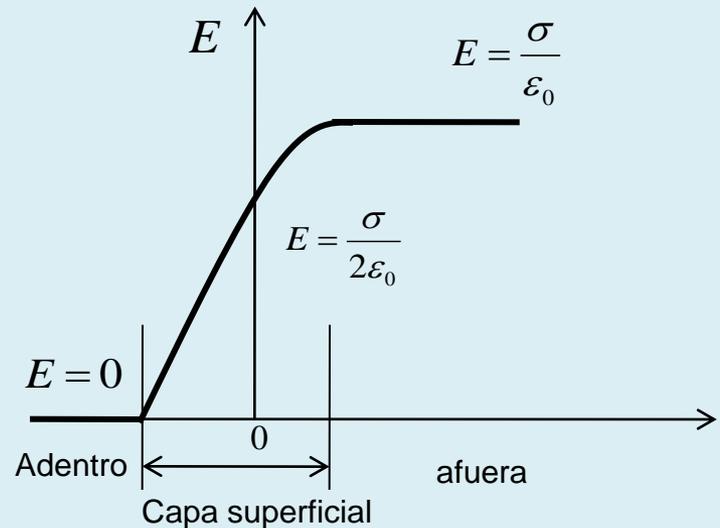
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

### Ecuación de Laplace



**Fig1.** El campo eléctrico dentro de un conductor es nulo

**Toda la carga eléctrica de un conductor en equilibrio esta sobre su superficie**



**Fig2.** Variación del campo eléctrico al cruzar la superficie de un conductor

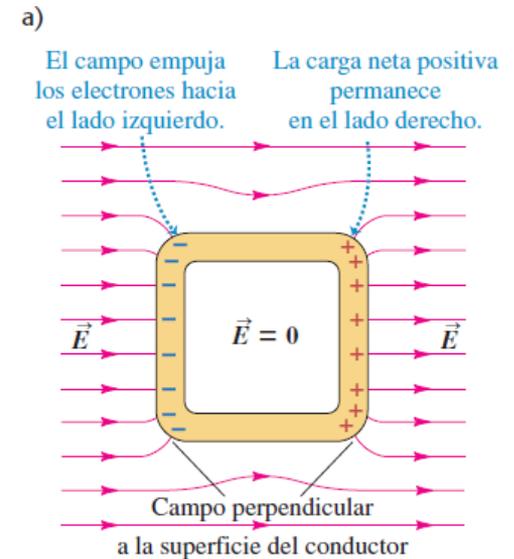
## Jaula de Faraday. Blindaje electrostático

El efecto **jaula de Faraday** provoca que el campo electromagnético en el interior de un conductor en equilibrio sea nulo, anulando el efecto de los campos externos.



Jaula de Faraday (Deutsches Museum)

Cuando el conductor está sujeto a un campo electromagnético externo, se polariza, de manera que queda cargado positivamente en la dirección en que va el campo electromagnético, y cargado negativamente en el sentido contrario.



El aluminio es un conductor eléctrico y provoca el efecto *jaula de Faraday*



Tiene una aplicación importante en aviones y en la protección de equipos electrónicos delicados.