

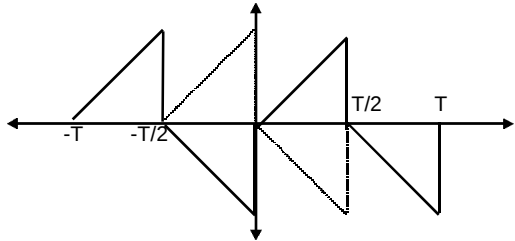
TIPO DE SIMETRIA	CONDICION	CARACTERISTICAS	a_n	b_n
PAR	$x(t) = x(-t)$	Términos de $\text{Cos}(n\omega_0 t)$	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \text{Cos}(n\omega_0 t) dt$	0
IMPAR	$x(t) = -x(-t)$	Términos de $\text{Sen}(n\omega_0 t)$	0	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \text{Sen}(n\omega_0 t) dt$
$\frac{1}{2}$ ONDA	$x(t) = -x(t \pm \frac{T}{2})$	Armónicos Impares	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \text{Cos}(n\omega_0 t) dt$	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \text{Sen}(n\omega_0 t) dt$
$\frac{1}{4}$ ONDA - PAR	$x(t) = x(-t)$ $x(t) = -x(t \pm \frac{T}{2})$	Armónicos Impares de $\text{Cos}(n\omega_0 t)$	$\frac{8}{T} \int_0^{T/4} x(t) \text{Cos}(n\omega_0 t) dt$	0
$\frac{1}{4}$ ONDA - IMPAR	$x(t) = -x(-t)$ $x(t) = -x(t \pm \frac{T}{2})$	Armónicos Impares de $\text{Sen}(n\omega_0 t)$	0	$\frac{8}{T} \int_0^{T/4} x(t) \text{Sen}(n\omega_0 t) dt$
$C_n = \frac{1}{T} \int_{\langle T \rangle} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$ $C_n = \frac{1}{2} (a_n - jb_n)$ $ C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \angle C_n = \text{Tg}^{-1} \left(\frac{-b_n}{a_n} \right)$		SIMETRIA DE $\frac{1}{2}$ ONDA 1.- Reflejar la Onda en T/2 2.- Desplazar a derecha o izquierda T/2 		
		$\int x \text{Cos}(ax) dx = \frac{1}{a^2} (\text{Cos}(ax) + ax \text{Sen}(ax))$ $\int x \text{Sen}(ax) dx = \frac{1}{a^2} (\text{Sen}(ax) - ax \text{Cos}(ax))$ $\text{Sen}^2(x) = \frac{1}{2} (1 - \text{Cos}(2x))$ $\text{Cos}^2(x) = \frac{1}{2} (1 + \text{Cos}(2x))$		

Tabla 1.- PROPIEDADES DE LA SERIE CONTINUA DE FOURIER.

Propiedad	Señal Periódica	Coefficientes de la Serie de Fourier
	$\left. \begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{Periódicas con período } T \text{ y} \\ \text{frecuencia fundamental } \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Cx_k \\ Cy_k \end{matrix}$
Linealidad	$Ax(t) + By(t)$	$ACx_k + BCy_k$
Desplazamiento en tiempo	$x(t - t_0)$	$Cx_k e^{-jk\omega_0 t_0} = Cx_k e^{-jk\frac{2\pi}{T}t_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$e^{jM\omega_0 t} x(t) = e^{jM\frac{2\pi}{T}t} x(t)$	Cx_{k-M}
Conjugación	$x^*(t)$	Cx_{-k}^*
Inversión en tiempo	$x(-t)$	Cx_{-k}
Escalamiento en tiempo	$X(at), a > 0$ (periódica con período T/a)	Cx_k
Convolución periódica	$\int_T x(\tau)y(t - \tau)d\tau$	$TCx_k Cy_k$
Multiplicación	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{\infty} Cx_l Cy_{k-l}$
Diferenciación	$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 Cx_k = jk\frac{2\pi}{T} Cx_k$
Integración	$\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$ (de valor finito y periódica solo si $a_0 = 0$)	$\frac{1}{jk\omega_0} Cx_k = \frac{1}{jk\frac{2\pi}{T}} Cx_k$
Simetría conjugada para señales reales	$x(t)$ real	$\left\{ \begin{matrix} Cx_k = Cx_{-k}^* \\ Re Cx_k = Re Cx_{-k} \\ Im Cx_k = -Im Cx_{-k} \\ Cx_k = Cx_{-k} \\ \angle Cx_k = -\angle Cx_{-k} \end{matrix} \right.$
Señal real y par	$x(t)$ real y par	Cx_k real y par
Señal real e impar	$x(t)$ real e impar	Cx_k solo imaginario e impar
Descomposición par e impar de señales reales	$x(t) = x_p(t) + x_i(t)$ [$x(t)$ real] $x_p(t)$ = Componente par de $x(t)$ $x_i(t)$ = Componente impar de $x(t)$	$Re Cx_k $ $jIm Cx_k $
Relación de Parseval para señales periódicas		
$\frac{1}{T} \int_T x(t) ^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Cx_k ^2$		

Tabla 2.- PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER.

Propiedad	Señal Aperiódica	Transformada de Fourier
	$x(t)$	$X(\omega)$
	$y(t)$	$Y(\omega)$
Linealidad	$ax(t) + by(t)$	$aX(\omega) + bY(\omega)$
Desplazamiento en tiempo	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
Desplazamiento en frecuencia	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
Conjugación	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
Inversión en tiempo	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Escalamiento en tiempo	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Convolución	$x(t) * y(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$
Multiplicación	$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega)$
Diferenciación	$\frac{dx(t)}{dt}$	$j\omega X(\omega)$
Integración	$\int_{-\infty}^t x(t) dt$	$\frac{1}{j\omega} X(\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
Diferenciación en frecuencia	$t x(t)$	$j \frac{d}{d\omega} X(\omega)$
Simetría conjugada para señales reales	$x(t) \text{ real}$	$\begin{cases} X(\omega) = X^*(-\omega) \\ \operatorname{Re} X(\omega) = \operatorname{Re} X(-\omega) \\ \operatorname{Im} X(\omega) = -\operatorname{Im} X(-\omega) \\ X(\omega) = X(-\omega) \\ \angle X(\omega) = -\angle X(-\omega) \end{cases}$
Señal real y par	$x(t) \text{ real y par}$	$X(\omega) \text{ real y par}$
Señal real e impar	$x(t) \text{ real e impar}$	$X(\omega) \text{ solo imaginario e impar}$
Descomposición par e impar de señales reales	$x(t) = x_p(t) + x_i(t)$ [$x(t)$ real] $x_p(t)$ = Componente par de $x(t)$ $x_i(t)$ = Componente impar de $x(t)$	$\operatorname{Re} X(\omega) $ $j\operatorname{Im} X(\omega) $
Relación de Parseval para señales aperiódicas		
$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) ^2 d\omega$		

Tabla 3.- PARES BÁSICOS DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER.

Señal	Transformada	Coefficientes de la Serie de Fourier (si es periódica)
$\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_0 t}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \delta(\omega - k\omega_0)$	C_k
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi \delta(\omega - \omega_0)$	$C_1 = 1$ $C_k = 0 ; k \neq 1$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$	$C_1 = C_{-1} = \frac{1}{2}$ $C_k = 0 ; \text{otro valor de } k$
$\text{sen}(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$	$C_1 = -C_{-1} = \frac{1}{2j}$ $C_k = 0 ; \text{otro valor de } k$
$x(t) = 1$	$2\pi \delta(\omega)$	$C_0 = 1$ $C_k = 0 ; k \neq 0$ (para cualquier $T > 0$)
<i>Onda cuadrada periódica</i>		
$x(t) = \begin{cases} 1 & t < T_1 \\ 0 & T_1 < t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$ y $x(t + T) = x(t)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\text{sen}(k\omega_0 T_1)}{k} \delta(\omega - k\omega_0)$	$\frac{\omega_0 T_1}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{k\omega_0 T_1}{\pi}\right) = \frac{\text{sen}(k\omega_0 T_1)}{k\pi}$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$	$\frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi k}{T})$	$C_k = \frac{1}{T} \text{ para todo } k$
$x(t) = \begin{cases} 1 & t < T_1 \\ 0 & t > T_1 \end{cases}$	$\frac{2\text{sen}(\omega T_1)}{\omega}$	-
$\frac{\text{sen}(Wt)}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega < W \\ 0 & \omega > W \end{cases}$	-
$\delta(t)$	1	-
$u(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi \delta(\omega)$	-
$\delta(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$	-
$e^{-at} u(t) ; \text{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$	-
$te^{-at} u(t) ; \text{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^2}$	-
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t) ; \text{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^n}$	-