

Tabla 1.- PROPIEDADES DE LA SERIE DISCRETA DE FOURIER.

Propiedad	Señal Periódica	Coefficientes de la Serie de Fourier
	$\left. \begin{matrix} x[n] \\ y[n] \end{matrix} \right\} \text{ Periódicas con período } N \text{ y frecuencia fundamental } \Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$	$\left. \begin{matrix} Cx_k \\ Cy_k \end{matrix} \right\} \text{ Periódica con período } N$
Linealidad	$Ax[n] + By[n]$	$ACx_k + BCy_k$
Desplazamiento en tiempo	$x[n - n_0]$	$Cx_k e^{-jk \frac{2\pi}{N} n_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$x[n] e^{jM \frac{2\pi}{N} n}$	Cx_{k-M}
Conjugación	$x^*[n]$	Cx_{-k}^*
Inversión en tiempo	$x[-n]$	Cx_{-k}
Escalamiento en tiempo	$x_m[n] = \begin{cases} x[\frac{n}{m}] & \text{si } n \text{ es múltiplo de } m \\ 0 & \text{si } n \text{ no es múltiplo de } m \end{cases}$	$\frac{1}{m} Cx_k \left(\begin{matrix} \text{vistas como periódicas} \\ \text{con período } mN \end{matrix} \right)$
Convolución periódica	$\sum_{r=-\infty}^{\infty} x[r] y[n-r]$	$NCx_k Cy_k$
Multiplicación	$x[n] y[n]$	$\sum_{l=-\infty}^{\infty} Cx_l Cy_{k-l}$
Primera diferencia	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-jk \frac{2\pi}{N}}) Cx_k$
Suma consecutiva	$\sum_{k=-\infty}^n x[k] \quad \left(\begin{matrix} \text{de valor finito y periódica} \\ \text{sólo si } Cx_0 = 0 \end{matrix} \right)$	$\left(\frac{1}{(1 - e^{-jk \frac{2\pi}{N}})} \right) Cx_k$
Simetría conjugada para señales reales	$x[n] \text{ real}$	$\begin{cases} Cx_k = Cx_{-k}^* \\ Re(Cx_k) = Re(Cx_{-k}) \\ Im(Cx_k) = -Im(Cx_{-k}) \\ Cx_k = Cx_{-k} \\ \angle Cx_k = -\angle Cx_{-k} \end{cases}$
Señal real y par	$x[n] \text{ real y par}$	$Cx_k \text{ real y par}$
Señal real e impar	$x[n] \text{ real e impar}$	$Cx_k \text{ solo imaginario e impar}$
Descomposición par e impar de señales reales	$x[n] = x_p[n] + x_i[n] \quad [x[n] \text{ real}]$ $x_p[n] = \text{Componente par de } x[n]$ $x_i[n] = \text{Componente impar de } x[n]$	$Re(Cx_k)$ $jIm(Cx_k)$

Relación de Parseval para señales periódicas

$$\frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |Cx_k|^2$$

Tabla 2.- PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO DISCRETO.

Propiedad	Señal Aperiódica	Transformada de Fourier
	$x[n]$ $y[n]$	$X(\Omega)$ $Y(\Omega)$ } Periódicas con período 2π
Linealidad	$Ax[n] + By[n]$	$AX(\Omega) + BY(\Omega)$
Desplazamiento en tiempo	$x[n - n_0]$	$X(\Omega)e^{-j\Omega n_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$x[n]e^{j\Omega_0 n}$	$X(\Omega - \Omega_0)$
Conjugación	$x^*[n]$	$X^*(-\Omega)$
Inversión en tiempo	$x[-n]$	$X(-\Omega)$
Expansión en tiempo	$x_k[n] = \begin{cases} x[\frac{n}{k}] & \text{si } n \text{ es múltiplo de } k \\ 0 & \text{si } n \text{ no es múltiplo de } k \end{cases}$	$X(k\Omega)$
Convolución	$x[n] * y[n]$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
Multiplicación	$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta)Y(\Omega - \theta)d\theta$
Diferenciación en tiempo	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-j\Omega})X(\Omega)$
Acumulación	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$	$\left(\frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} \right) X(\Omega) + \pi X(0) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k)$
Diferenciación en frecuencia	$n x[n]$	$j \frac{dX(\Omega)}{d\Omega}$
Simetría conjugada para señales reales	$x[n] \text{ real}$	$\begin{cases} X(\Omega) = X^*(-\Omega) \\ \text{Re}(X(\Omega)) = \text{Re}(X(-\Omega)) \\ \text{Im}(X(\Omega)) = -\text{Im}(X(-\Omega)) \\ X(\Omega) = X(-\Omega) \\ \angle X(\Omega) = -\angle X(-\Omega) \end{cases}$
Señal real y par	$x[n] \text{ real y par}$	$X(\Omega) \text{ real y par}$
Señal real e impar	$x[n] \text{ real e impar}$	$X(\Omega) \text{ solo imaginario e impar}$
Descomposición par e impar de señales reales	$x[n] = x_p[n] + x_i[n] \text{ [} x[n] \text{ real]}$ $x_p[n] = \text{Componente par de } x[n]$ $x_i[n] = \text{Componente impar de } x[n]$	$\text{Re}(X(\Omega))$ $j\text{Im}(X(\Omega))$

Relación de Parseval para señales aperiódicas

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X(\Omega)|^2 d\Omega$$

Tabla 3.- PARES BASICOS DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO DISCRETO.

Señal	Transformada de Fourier	Coefficientes de la serie de Fourier
$\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk \frac{2\pi}{N} n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \delta(\Omega - \frac{2\pi}{N} k)$	C_k
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi\ell)$	$a) \Omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $C_k = \begin{cases} 1 & k = m, m \pm N, m \pm 2N, \dots \\ 0 & \text{otro valor} \end{cases}$ $b) \frac{\Omega_0}{2\pi} \text{ irracional} \Rightarrow \text{Señal aperiódica}$
$\cos(\Omega_0 n)$	$\pi \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} [\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi\ell) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi\ell)]$	$a) \Omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $C_k = \begin{cases} \frac{1}{2} & k = \pm m, \pm m \pm N, \pm m \pm 2N, \dots \\ 0 & \text{otro valor} \end{cases}$ $b) \frac{\Omega_0}{2\pi} \text{ irracional} \Rightarrow \text{Señal aperiódica}$
$\sin(\Omega_0 n)$	$\frac{\pi}{j} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} [\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi\ell) - \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi\ell)]$	$a) \Omega_0 = \frac{2\pi r}{N}$ $C_k = \begin{cases} \frac{1}{2j} & k = r, r \pm N, r \pm 2N, \dots \\ -\frac{1}{2j} & k = -r, -r \pm N, -r \pm 2N, \dots \\ 0 & \text{otro valor} \end{cases}$ $b) \frac{\Omega_0}{2\pi} \text{ irracional} \Rightarrow \text{Señal aperiódica}$
$x[n] = 1$	$2\pi \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$	$C_k = \begin{cases} 1 & k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots \\ 0 & \text{otro valor} \end{cases}$
<i>Onda cuadrada periódica</i> $x[n] = \begin{cases} 1 & n \leq N_1 \\ 0 & n > N_1 \end{cases}$ $y x[n+N] = x[n]$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \delta(\Omega - \frac{2\pi}{N} k)$	$C_k = \begin{cases} \frac{\text{Sen}(\frac{2\pi}{N} k (N_1 + \frac{1}{2}))}{N \text{Sen}(\frac{2\pi}{N} \frac{k}{2})} & k \neq 0, \pm N, \pm 2N, \dots \\ \frac{2N_1 + 1}{N} & k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots \end{cases}$
$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(n - kN)$	$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \frac{2\pi}{N} k)$	$C_k = \frac{1}{N} \text{ para toda } k$
$a^n u[n], a < 1$	$\frac{1}{1 - ae^{-j\Omega}}$	-
$x[n] = \begin{cases} 1 & n \leq N_1 \\ 0 & n > N_1 \end{cases}$	$\frac{\text{Sen}(\Omega(N_1 + \frac{1}{2}))}{\text{Sen}(\frac{\Omega}{2})}$	-
$\frac{\text{Sen}(Wn)}{\pi n} = \frac{W}{\pi} \text{Sinc}(\frac{Wn}{\pi})$ $0 < W < \pi$	$X(\Omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \Omega \leq W \\ 0 & W < \Omega \leq \pi \end{cases}$ $X(\Omega) \text{ periódica con periodo } 2\pi$	-
$\delta[n]$	1	-
$u[n]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi \delta(\Omega - 2\pi k)$	-
$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$	-
$(n+1)a^n u[n], a < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\Omega})^2}$	-
$\frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!} a^n u[n], a < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\Omega})^r}$	-